

Numerische Berechnung von Verbrennungslärm und thermoakustischen Instabilitäten

Vom Fachbereich Maschinenbau
an der Technischen Universität Darmstadt

zur

Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte

D i s s e r t a t i o n

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Christian Klewer

aus Lich

Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. J. Janicka
Mitberichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. D. Thévenin
Tag der Einreichung:	07.02.2011
Tag der mündlichen Prüfung:	07.03.2011

Darmstadt 2011

D17

Danksagung

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner fünfjährigen Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Energie- und Kraftwerkstechnik an der Technischen Universität Darmstadt.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Johannes Janicka, der mir nicht nur die Möglichkeit zur Promotion gab, sondern auch mit hilfreichem Rat zur Seite stand. Weiterhin motivierte er mich, meine eigenen Lösungsansätze zu entwickeln und mein Forschungsprojekt auch durch schwierige Zeiten hindurch zu führen. Das von ihm geschaffene Arbeitsumfeld ermöglichte angeregte, freundschaftliche Diskussionen mit meinen Kollegen, welche diese Arbeit häufig in eine gute Richtung lenkten.

Mein Dank gilt weiterhin Herrn Prof. Dr.-Ing. Dominique Thévenin für seine Bereitschaft, das Koreferat für die vorliegende Arbeit zu übernehmen sowie für die gute Zusammenarbeit im Rahmen der Combustion Noise Initiative.

Weiterhin möchte ich mich bei allen Kollegen bedanken, mit denen ich in angenehmer und freundschaftlicher Atmosphäre über die kleineren und größeren Probleme des wissenschaftlichen Lebens diskutieren konnte. Namentlich hervorheben möchte ich dabei Kai Aschmoneit, Elias Baum, Michael Baumann, Stefan Bareiss, Thomas Breitenberger, Jan Brübach, Simone Eisenhuth, Anja Ketelheun, Jens Kühne, Guido Künne und Markus Schmitt. Nicht unerwähnt bleiben soll die Unterstützung durch Guido Künne und Anja Ketelheun, welche durch von mir betreute Diplom- bzw. Studienarbeiten einen wichtigen Beitrag zum Gelingen meiner eigenen Arbeit leisteten.

Besonderer Dank gilt natürlich auch meiner Familie und insbesondere meinen Eltern Horst und Monika, die mir meinen Werdegang und damit auch diese Arbeit überhaupt erst ermöglicht haben.

Ganz besonders dankbar bin ich für die immerwährende Unterstützung durch meine Partnerin Julia, welche in den schweren Phasen dieser Arbeit unerschütterlich an mich geglaubt hat und mir zur Seite stand. Diesen starken und steten Rückhalt erfahre ich von ihr nun seit über zehn Jahren.

Darmstadt, im Januar 2011

Christian Klewer

Man muss viel gelernt haben, um über das, was man nicht weiß,
fragen zu können.

Jean-Jaques Rousseau

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Dissertation selbständig verfasst und keine anderen als die von mir angegebenen Hilfsmittel verwendet habe. Ich erkläre außerdem, dass ich bisher noch keinen Promotionsversuch unternommen habe.

Christian Klewer

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation der Arbeit	1
1.2	Stand der Forschung	4
1.3	Gliederung der Arbeit	6
2	Turbulente Strömungen	8
2.1	Strömungsmechanische Grundlagen	8
2.2	Reagierende Strömungen	9
2.3	Beschreibung und Modellierung von Turbulenz	12
2.4	Simulation der Grobstruktur	16
2.4.1	Modellierung nach Smagorinsky	18
2.4.2	Die dynamische Prozedur nach Germano	19
3	Turbulente Verbrennung	22
3.1	Flammentypen	22
3.2	Reaktionskinetik	23
3.3	Reaktionsmechanismen	24
3.4	Der Mischungsgradformalismus	25
3.5	Verbrennungsmodellierung	27
3.5.1	Das Steady-Flamelet-Modell	29
3.5.2	Flamelet Generated Manifolds	32
3.5.3	Chemie-Turbulenz-Interaktion	34
4	Akustik	38
4.1	Separation der Skalen	38
4.2	Die Wellengleichung	40
4.2.1	Homogene akustische Medien	40
4.2.2	Heterogene akustische Medien	43
4.3	Linearisierte Euler-Gleichungen	45
4.3.1	Druck-Dichte-Relation	46
4.3.2	Vereinfachter thermoakustischer Quellterm	47
4.4	Thermoakustische Instabilitäten	48
5	Numerische Lösungsverfahren	51
5.1	Numerische Berechnung der Strömung	52
5.1.1	Interpolationsverfahren	54
5.1.2	Zeitintegration	55
5.1.3	Druckkorrektur	56

5.1.4	Anfangs- und Randbedingungen	56
5.1.5	Numerische Methoden in FLOWSI	57
5.1.6	Numerische Methoden in FASTEST	59
5.2	Numerische Berechnung des akustischen Feldes	61
5.2.1	Numerische Methoden in CLAWPACK	61
5.2.2	Numerische Methoden in PIANO	65
5.3	Kopplungsstrategien	69
5.3.1	Kopplung von FLOWSI und CLAWPACK	69
5.3.2	Kopplung von FASTEST und PIANO	71
5.3.3	Rückkopplung der Akustik	72
6	Generische Testfälle	74
6.1	Monopol mit Konvektion	74
6.2	Reflexion am Querschnittssprung	76
6.3	Modalanalyse	77
6.3.1	Analytische Eigenfrequenzbestimmung	78
6.3.2	Numerische Eigenfrequenzbestimmung	80
7	Turbulente Verbrennungssysteme	83
7.1	Turbulente Freistrahlf Flamme (H3-Flamme)	83
7.1.1	Experimenteller Aufbau	84
7.1.2	Numerischer Aufbau	85
7.1.3	Ergebnisse	87
7.1.4	Bewertung	94
7.2	Turbulente Freistrahlf Flamme (DLR-A-Flamme und DLR-B-Flamme)	95
7.2.1	Experimenteller und numerischer Aufbau	95
7.2.2	Ergebnisse	99
7.2.3	Bewertung	107
7.3	Generische Brennkammer	109
7.3.1	Experimenteller Aufbau	109
7.3.2	Numerischer Aufbau	112
7.3.3	Ergebnisse: Thermoakustisch stabiler Betrieb	114
7.3.4	Bewertung	120
7.3.5	Ergebnisse: Thermoakustisch instabiler Betrieb	121
7.3.6	Bewertung	128
8	Zusammenfassung und Ausblick	129
	Literaturverzeichnis	131

Nomenklatur

Große lateinische Buchstaben		Einheit
\mathcal{P}	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion	—
\mathcal{Y}	Fortschrittsvariable	—
A, B, C	Systemmatrizen	—
C_p	spezifische Wärmekapazität	J/kgK
C_s	Smagorinsky-Modellkonstante	—
C_v	spezifische Wärmekapazität	J/kgK
D_t	Turbulenter Diffusionskoeffizient	m ² /s
D_α	Diffusionskoeffizient	m ² /s
E^α	Aktivierungsenergie	J/kg
E_{ac}	akustische Energie	m ² /s ²
F	Interpolationsfunktion	—
J_j	Massenfluss-Vektor	kg/m ² s
L_J	Schallintensität	dB
L_p	Schalldruckpegel	dB
P	Druckparameter	kg/ms ²
Q_d	rechte Seite der linearisierten Druck-Dichte-Relation	kg/m ³ s
Q_k	rechte Seite der linearisierten Impulserhaltungsgleichung	kg/m ³ s
Q_k	rechte Seite der linearisierten Kontinuitätsgleichung	kg/m ³ s
Q_w	rechte Seite der Wellengleichung	kg/m ³ s ²
R	spezifische Gaskonstante	J/kgK
R_{ij}	Korrelationstensor	—
S	Quellterm der akustischen Energie	m ² /s ³
S_α	chemischer Quellterm	kg/m ³ s
S_{ij}	Deformationstensor	1/s
T	Temperatur	K
Kleine lateinische Buchstaben		Einheit
c	Schallgeschwindigkeit	m/s
c_0	Schallgeschwindigkeit im akustischen Fernfeld	m/s
c_i	Koeffizient des DRP-Schemas	—
e	Energie	J/kg
f	Mischungsgrad	—
g_i	Erdbeschleunigung	m/s ²
h	Enthalpie	J/kg
h_i	Abstand	m
k	Wellenzahl	1/m

k_f	Reaktionsgeschwindigkeitskoeffizient	m^3/mols
k_r	Reaktionsgeschwindigkeitskoeffizient	m^3/mols
p	Druck	kg/ms^2
p_{rms}	Effektivwert des Schalldruckes	kg/ms^2
q	akustischer Zustandsvektor	—
q_i	Wärmestromvektor	$\text{J}/\text{m}^2\text{s}$
r	Gradientenverhältnis	—
r	Radius	m
r_i	Eigenvektor	
s	Entropie	J/kgK
t	Zeit	s
u	Geschwindigkeit	m/s
v	spezifisches Volumen	m^3/kg
w_i	Interpolationsgewicht	
x	Koordinate	m
x_α	Speziesmassenbruch	—
y_α	Elementmassenbruch	—

Große griechische Buchstaben

Einheit

Δ	Filterweite	m
$\hat{\Delta}$	Test-Filterweite	m

Kleine griechische Buchstaben

Einheit

χ	skalare Dissipationsrate	$1/\text{s}$
δ_{ij}	Kronecker-Symbol	—
$\dot{\omega}_T$	Wärmefreisetzung	J/kgs
ϵ	Dissipationsrate	m^2/s^3
η	Kolmogorov-Länge	m
γ	Isentropenexponent	—
λ	Wärmeleitfähigkeit	kgm/Ks^3
λ_i	Eigenwert	
ν	kinematische Viskosität	m^2/s
ω_i	chemischer Quellterm	$\text{kg}/\text{m}^3\text{s}$
ρ	Dichte	kg/m^3
ρ_0	Dichte im akustischen Fernfeld	kg/m^3
ρ_e	excessive density	$\text{kg}/\text{m}^3\text{s}$
τ	Kolmogorov-Zeit	s
τ	retardierte Zeit	s
τ_{ij}	Komponente des Spannungstensors	m^2/s^2
τ_{ij}^{sgs}	Feinstrukturspannungstensor	m^2/s^2
ξ_i	Koeffizient des Runge-Kutta-Verfahrens	—

Operatoren and Symbole

$\hat{\cdot}$	Test-gefilterte Größe
$\hat{\cdot}$	dimensionslose Größe

\sim	Favre-gefilterte Größe
$\vec{\cdot}$	vektorielle Größe
\cdot'	Fluktuationsanteil einer gemittelten Größe
\cdot''	akustische Größe, Störgröße
\cdot''^2	Varianz einer Größe
$\bar{\cdot}$	gemittelte Größe

Abkürzungen

APE	Acoustic Perturbation Equations
BEM	Boundary Element Method
CAA	Computational Aeroacoustics
CDS	Central Differencing Scheme
CFD	Computational Fluid Dynamics
CFL	Courant-Friedrichs-Lewy-Kriterium
DNS	Direkte Numerische Simulation
DRP	Dispersion Relation Preserving
ESM	Ersatzstrahler-Methode
FFT	Fast Fourier Transformation
FGM	Flamelet Generated Manifolds
FVM	Finite Volumen Methode
IEA	International Energy Agency
ILU	Incomplete Lower Upper Decomposition
LDA	Laser Doppler Anemometrie
LDDRK	Low Dissipation and Dispersion Runge Kutta
LEE	Linearisierte Euler-Gleichungen
LES	Large Eddy Simulation
LIF	Laser Induzierte Fluoreszenz
MULI	Multilineare Interpolation
PDF	Probability Density Function
RANS	Reynolds Averaged Navier Stokes
TVD	Total Variation Diminishing
UDS	Upwind Differencing Scheme
URANS	Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes

Dimensionslose Kennzahlen

Da	Damköhlerzahl
Le	Lewiszahl
Ma	Machzahl
Re	Reynoldszahl

Kapitel 1

Einleitung

Im ersten Kapitel wird zunächst eine Motivation und Zielsetzung für die vorliegende Arbeit gegeben, die Bedeutung von Verbrennungsprozessen im Hinblick auf wirtschaftliche, technologische und ökologische Aspekte wird dabei dargestellt. Anschließend wird der aktuelle Stand der Forschung im Bereich der rechnergestützten Simulationsverfahren zur Beschreibung und Optimierung von Verbrennungsprozessen präsentiert und die vorliegende Arbeit entsprechend eingeordnet. Abschließend wird die Struktur der Arbeit durch eine Gliederung erläutert.

1.1 Motivation der Arbeit

Ein großer Anteil der globalen Primärenergie wird derzeit und auch in naher Zukunft durch Verbrennung von fossilen Rohstoffen gewonnen. Laut einer Studie der *International Energy Agency* (IEA) beträgt der Anteil derzeit 80% [IEA 2010]. Obwohl andere Technologien wie beispielsweise die Nutzung von Kernkraft oder Wasserkraft in den letzten Jahrzehnten prozentual betrachtet leicht zulegen konnten, ist durch eine stetig zunehmende globale Nachfrage der Gesamtverbrauch von fossilen Energieträgern stark angestiegen. Für die kommenden zwei Dekaden wird aufgrund einer wachsenden Weltbevölkerung sowie einer stark zunehmenden Industrialisierung von bevölkerungsreichen Ländern wie China und Indien eine weitere Steigerung des Energiebedarfs erwartet. Dieser wird wiederum zu einem großen Teil durch Verbrennungsprozesse abgedeckt werden [IEA 2010]. Der weiterhin hohe Anteil von Verbrennungsprozessen ergibt sich dabei hauptsächlich aufgrund der Tatsache, dass fossile Brennstoffe im Vergleich zu alternativen Technologien eine sehr hohe Energiedichte aufweisen. Dies hat zur Folge, dass beispielsweise im Rahmen der zivilen Luftfahrt die Verbrennung von fossilen Brennstoffen aus heutiger Sicht weitestgehend alternativlos ist, da alternative Antriebe nicht die hierfür erforderliche Energiedichte bereitstellen können. Weiterhin ist eine Energieversorgung durch regenerative Energien (beispielsweise Wind- oder Sonnenkraft) immer von den aktuellen äußeren Bedingungen abhängig - dies ist bei fossilen Brennstoffen nicht der Fall.

Neben diesen technologischen Aspekten muss natürlich auch die wirtschaftliche Situation betrachtet werden. Trotz weiter steigender Preise für Rohöl sind Verbrennungstechnologien aus heutiger Sicht im Vorteil gegenüber alternativen Ansätzen. Ein sehr greifbares Beispiel ist die Gegenüberstellung von einem Fahrzeug mit konventionellem Verbrennungsmotor und einem elektrisch angetriebenen Fahrzeug. Die für den Betrieb des elektrisch betriebenen Fahrzeugs notwendige Batterietechnologie zur Speicherung der elektrischen

Energie ist nach dem heutigem Stand sehr teuer und daher noch keine wirtschaftlich interessante Alternative. Es ist hierbei noch nicht berücksichtigt, dass der für den Betrieb des Elektrofahrzeuges notwendige Strom ebenfalls zum großen Teil durch Verbrennung von Kohlestaub oder anderen fossilen Energieträgern bereitgestellt wird. Somit wird im Bereich des Individualverkehrs der Verbrennungsmotor auf absehbare Zeit eine zentrale Technologie bleiben.

Der entscheidende Nachteil von Verbrennungsprozessen ist der stark negative Einfluss auf die Umwelt und das Klima. In diesem Zusammenhang ist der Ausstoß von Kohlendioxid (CO_2) zu nennen. Es ist dabei weitgehend anerkannt, dass CO_2 zu der globalen Klima-veränderung bzw. Erderwärmung beiträgt. Bei der Verbrennung von kohlenwasserstoffhaltigen Brennstoffen entsteht als Produkt immer CO_2 . Auf der UNO-Klimakonferenz des Jahres 2010 in Cancùn wurde eine Begrenzung der Erderwärmung mit Bezug auf das vorindustrielle Niveau von 2°C als ein einzuhaltendes Ziel anerkannt, um unkalkulierbare Auswirkungen auf das Klima zu vermeiden. Neben den globalen Auswirkungen nehmen die durch Verbrennung freigesetzten Schadstoffe auch auf die in direkter Umgebung befindliche Umwelt Einfluss; beispielsweise ist die hohe Schadstoffbelastung der Luft in Ballungszentren zu nennen.

Aus den obigen Ausführungen ergibt sich der dringende Bedarf, technische Verbrennungssysteme effizienter und damit ressourcenschonender zu gestalten. Auf der Seite der Brennstoffe gibt es Alternativen durch nachwachsende Rohstoffe (ein bereits etabliertes Verfahren ist die Methanolgewinnung aus Zuckerrohr) oder synthetisch aus Biomasse hergestellte Kraftstoffe (*Biomass to Liquid*), hier besteht noch Forschungs- und Entwicklungsbedarf. Eine andere Möglichkeit besteht darin, bestehende technische Verbrennungssysteme weiter zu optimieren. In dieser Arbeit soll hierzu ein Beitrag geleistet werden, der Fokus liegt dabei auf der Optimierung von Verbrennungsvorgängen in Brennkammern, wie sie in stationären Gasturbinen oder Flugtriebwerken in Gebrauch sind.

Im Kontext der Optimierung des Verbrennungsprozesses wird in jüngerer Vergangenheit in stationären Gasturbinen vermehrt die Technik der mageren Vormischverbrennung angewandt. Einhergehend mit dieser Technik sind reduzierte Temperaturen im Vergleich zu stöchiometrischen Bedingungen und damit eine reduzierte Bildung von Stickoxiden (NO_x). Diesem erwünschten Effekt steht das Problem gegenüber, dass derart betriebene Brennkammern zu thermoakustischen Instabilitäten neigen (vgl. Abschnitt 4.4). Eine thermoakustische Instabilität baut sich auf, wenn durch den Verbrennungsprozess eine resonante akustische Mode der Brennkammer angeregt wird. Eine detaillierte Untersuchung der hier zu beobachtenden gekoppelten physikalischen Vorgänge von Strömung, Verbrennung und Akustik ist dabei notwendig, um ein Verständnis für das Phänomen zu entwickeln und das Auftreten einer solchen Instabilität vorherzusagen. Die zu betrachtenden physikalischen Vorgänge sind dabei typischerweise sehr komplex und interagieren stark miteinander, in technischen Verbrennungssystemen wird in der Regel eine turbulente, instationäre Strömung vorliegen. Dies führt dazu, dass eine Auslegung von Brennkammern unter Berücksichtigung der akustischen Systemeigenschaften eine sehr anspruchsvolle und durch die Durchführung zahlreicher notwendiger Prüfstandsversuche sehr kosten- und zeitintensive Aufgabe ist.

Um den Prozess der Auslegung zu optimieren, haben sich rechnergestützte Verfahren zur Simulation von strömungsmechanischen Problemen etabliert (engl. Computational Fluid Dynamics, kurz CFD). Mit diesen Methoden ist es möglich, das Verhalten der (reagierenden) Strömung in Brennkammern im Vorfeld zu simulieren und hieraus detaillierte Informationen zu einer günstigen Gestaltung der Brennkammer abzuleiten. Die derzeit industriell etablierten Verfahren beruhen auf einer Betrachtung von mittleren Größen wie beispielsweise der mittleren Temperaturverteilung am Brennkammeraustritt. Solche mittleren Größen können mit stationären Simulationsverfahren berechnet werden, die entsprechenden Verfahren werden auch als RANS-Methoden bezeichnet (vgl. Abschnitt 2.3). In diesem Kontext wird der Einfluss der Turbulenz über modellierte Terme in den gemittelten, beschreibenden Gleichungen berücksichtigt. Aktueller Forschungsgegenstand ist die Weiterentwicklung detaillierter, instationärer Simulationstechniken zur Beschreibung turbulenter Verbrennungsprozesse, dabei kann unterschieden werden zwischen einer Direkten Numerischen Simulation (DNS, vgl. Abschnitt 2.3), bei welcher alle turbulenten Wirbel/Strukturen bis hin zu sehr kleinen Skalen aufgelöst werden und der Grobstruktursimulationstechnik (Large Eddy Simulation kurz LES, vgl. Abschnitt 2.3), hier wird ein großer Teil der turbulenten Skalen aufgelöst und nur der Einfluss der kleinen Skalen über ein Modell beschrieben. Eine Einordnung der verschiedenen Ansätze besonders hinsichtlich des Rechenaufwandes wird in Abschnitt 2.3 gegeben, dabei wird deutlich gemacht, warum für die vorliegende Arbeit die Grobstruktursimulation eingesetzt wird.

Um das akustische Feld zu beschreiben, welches durch turbulente Verbrennungsvorgänge erzeugt wird, können wiederum transiente akustische Simulationsverfahren eingesetzt werden. Diese werden auch bezeichnet als Computational Aeroacoustics (CAA). Im Kontext der CAA-Simulation werden physikalische Schallquellen als Quellterme in den beschreibenden Gleichungen abgebildet, gleichzeitig erfolgt die Beschreibung der Propagation von Schallwellen. Die Grobstruktursimulationstechnik kann dabei als Basis für die mathematische Beschreibung der Quellterme dienen. Die Kombination von beiden Verfahren wird als hybrides LES/CAA-Verfahren bezeichnet. Das Ziel dieser Arbeit liegt darin, hybride LES/CAA-Verfahren zur simultanen Beschreibung von turbulentem Verbrennungslärm sowie von thermoakustischen Instabilitäten in vorhandene Simulationsprogramme zu implementieren. Da der Fokus zunächst auf der Beschreibung von Verbrennungslärm liegt, werden die im Kontext der Simulation von turbulentem Verbrennungslärm bereits am Fachgebiet vorhandenen Simulationsprogramme FLOWSI und CLAWPACK eingesetzt. Charakteristisch für beide Programme sind dabei Einschränkungen bezüglich der geometrischen Komplexität der simulierten Konfiguration (vgl. Kapitel 5), speziell der Löser FLOWSI zeichnet sich dafür durch ein sehr effizientes numerisches Verfahren aus.

In einem zweiten Schritt wird der Akustiklöser PIANO zur Beschreibung der Schallerzeugung und -ausbreitung mit dem Strömungslöser FASTEST gekoppelt. Dies ermöglicht die simultane Beschreibung von reagierender Strömung und Akustik in geometrisch komplexen Konfigurationen. Mit diesem zweiten entwickelten Gesamtsimulationswerkzeug werden neben der Berechnung von Verbrennungslärm auch thermoakustische Instabilitäten numerisch analysiert.

1.2 Stand der Forschung

Es wurde bereits erwähnt, dass sich rechnergestützte Simulationsverfahren zur Beschreibung von reagierenden Strömungen etabliert haben. Herausgestellt werden soll an dieser Stelle, dass gerade im Bereich der Grobstruktursimulation von technisch relevanten Verbrennungssystemen eine starke Weiterentwicklung in den letzten Jahrzehnten stattgefunden hat. Aus chemischer Sicht komplexe Verbrennungssysteme wie partiell vorgemischte Konfigurationen oder abgehoben brennende Flammen wurden zunächst noch in geringem Maß adressiert. Die Evaluierung von Modellen und numerischen Methoden erfolgte häufig durch die Berechnung von Konfigurationen mit geringer geometrischer Komplexität und einer chemischen Zusammensetzung, die nur moderate Dichtegradienten über die Flamme hinweg aufweist. Beispiele hierfür sind turbulente, nicht-vorgemischte Freistrahlfammen. Diese wurden erfolgreich berechnet von [FORKEL und JANICKA 2000] oder [PITSCH und STEINER 2000], der Fokus lag darauf, grundlegende Größen wie das Mischungs- und das Strömungsfeld vorherzusagen. Diese Arbeiten wurden erweitert um die Vorhersage von Schadstoffkonzentrationen [PITSCH 2002] oder die Analyse von turbulenten Längenskalen [KEMPF et al. 2005]. Eine ausführliche Übersicht ist gegeben durch [JANICKA und SADIKI 2005]. In der weiteren Entwicklung stieg die Komplexität der berechneten Konfigurationen nun kontinuierlich an, eine sehr häufig untersuchte Konfiguration ist die Sydney-Staukörperkonfiguration [DALLY und MASRI 1996], die Flamme stabilisiert sich durch Heißgasrezirkulation über einem Staukörper. Es wurden hier viele verschiedene Varianten hinsichtlich der Strömungsgeschwindigkeiten abgeleitet, außerdem kommen dabei unterschiedliche chemische Zusammensetzungen zum Einsatz. Ausgewählte Betriebspunkte zeichnen sich dadurch aus, dass auch Effekte partieller Vormischung analysiert werden können. Grobstruktursimulationen der Sydney-Staukörperkonfiguration wurden unter anderem durchgeführt von [RAMAN und PITSCH 2005, KEMPF et al. 2006, OLBRIGHT et al. 2008].

Neben dem Trend einer steigenden Komplexität bezüglich des chemischen Systems zeichnet sich auch ab, dass ein Übergang zu geometrisch komplexeren Systemen stattfindet, bei welchen beispielsweise die in Gasturbinenbrennkammern häufig anzutreffenden Drallerzeuger in den Simulationen mit berücksichtigt werden. Solche auch als generische Gasturbinenbrennkammern bezeichnete Konfigurationen wurden u.a. von [DI MARE et al. 2004, HAHN et al. 2008, MOIN et al. 2008] berechnet. Der aktuelle Stand der Forschung im Kontext der Grobstruktursimulation erlaubt es, sich weiteren Fragestellungen wie den in dieser Arbeit adressierten Wechselwirkungen von Verbrennung und Akustik zuzuwenden.

Einen frühen Meilenstein in der Beschreibung von strömungsinduziertem Schall durch eine Wellengleichung stellt die akustische Analogie von Lighthill dar [LIGHTHILL 1952, LIGHTHILL 1954]. In den folgenden Jahrzehnten stieg das Interesse an der Beschreibung von strömungsinduziertem Lärm stark an. Dies war im Wesentlichen motiviert durch die vergleichsweise hohen Lärmemissionen von Strahltriebwerken und den entsprechenden Bemühungen der Luftfahrtindustrie, diese zu senken. Eine Übersicht über die Entwicklungen im Kontext der Reduzierung des Strahl lärms gibt [TAM 1998]. Parallel zu den Forschungstätigkeiten im Bereich des Strömungslärms bestand schon frühzeitig das Interesse an einer Vorhersage von thermoakustischen Instabilitäten, diese wurden bei-

spielsweise beim Betrieb von Raketenantrieben mit flüssigen Brennstoffen festgestellt. Erste theoretische Arbeiten basierten auf starken Vereinfachungen der beschreibenden Gleichungen aufgrund der zu dieser Zeit sehr begrenzten Möglichkeiten der Computertechnologie [CROCCO und CHENG 1956, CROCCO 1965, BELL und ZINN 1973].

Um das Phänomen der thermoakustischen Instabilität detailliert beschreiben zu können, ist es wünschenswert, die Prozesse zu verstehen, die zur Entstehung und Emission von Verbrennungslärm führen. Im Kontext der Schallemission von turbulenten Flammen sind beispielsweise die Arbeiten von [BRAGG 1963] oder [STRAHLE 1971] zu nennen, die Arbeit von Strahle stellt eine Fortführung der Lighthillschen Analogie dar. Wie in Abschnitt 4.2.1 detailliert beschrieben wird, ist die Annahme eines homogenen ruhenden akustischen Mediums fundamental für die Analogie von Lighthill, daher sind in diesem Kontext nur Lösungen im Fernfeld möglich. Eine auf der Energiegleichung für reagierende Strömungen basierende akustische Analogie wird beschrieben von [PHILLIPS 1960], [KOTAKE 1975] und [POINSOT und VEYNANTE 2001]. Mit der hieraus resultierenden Wellengleichung ist es möglich, den Effekt einer räumlich variablen Schallgeschwindigkeit zu berücksichtigen, die Beschränkung auf das akustische Fernfeld ist nicht mehr notwendig. Um auch den Einfluss der Konvektion von Schallwellen berücksichtigen zu können, bietet es sich an, linearisierte akustische Gleichungen für verbrennungsinduzierten Schall herzu-leiten und entsprechend konvektive Terme zu berücksichtigen. Ein solcher Ansatz wird von [BUI et al. 2008, BUI 2008] vorgeschlagen. Analog zu den Entwicklungen im Bereich der numerischen Strömungsmechanik etablierte sich auch das Feld der rechnergestützten Simulation von aeroakustischen Problemen (CAA), eine Übersicht über die Entwicklungen in diesem Bereich ist gegeben durch [TAM 1995, LELE 1997].

In jüngerer Vergangenheit wurden zahlreiche numerische Simulationen von Verbrennungslärm vorgestellt. Die Arbeit von [KLEIN und KOK 1999] beruht auf einer stationären Strömungssimulation, von dieser ausgehend wird eine Schallquelle für den Verbrennungslärm modelliert und eine integrale Lösung für das Fernfeld mit Hilfe der Lighthillschen Analogie berechnet. Ebenfalls auf der Basis der Lighthill-Analogie zeigen [TRUFFAUT et al. 1998] Effekte von nicht-isomolarer Verbrennung auf das akustische Fernfeld. [IHME et al. 2006] berechnen das akustische Fernfeld einer turbulenten, nicht-vorgemischten Freistrahlf Flamme, diese stellt dabei ein auch technisch relevantes Verbrennungssystem dar. Hybride LES/CAA-Verfahren zur Simulation von Verbrennungslärm werden vorgeschlagen von [BRICK et al. 2004] und [PISCOYA et al. 2004]. Die Basis für die Strömungssimulation bildet hier eine inkompressible Grobstruktursimulation. Als akustische Simulationsverfahren kommen hier eine Ersatzstrahler-Methode (ESM) und eine Randelemente-Methode (engl. Boundary Element Method, kurz BEM) zum Einsatz. Das zu berechnende akustische Fernfeld ergibt sich im zuletzt genannten Fall durch die Auswertung der Grobstruktursimulation auf einer definierten Kontrolloberfläche, welche die Flamme umschließt. In den letzten Jahren wurden hybride LES/CAA-Berechnungen vorgestellt, welche nicht mehr auf das akustische Fernfeld beschränkt sind. [IHME et al. 2007] wenden die erwähnte Wellengleichung mit variabler Schallgeschwindigkeit zur Simulation der Schallemission einer turbulenten Freistrahlf Flamme an. Auf der gleichen theoretischen Basis zeigen [DUWIG et al. 2005] akustische Berechnungen in einer Modellbrennkammer. Weitere LES/CAA Verfahren zur Berechnung von Verbrennungslärm basierend auf lineari-

sierten Gleichungen wurden präsentiert von [KLEWER et al. 2008, KLEWER et al. 2010] sowie [BUI et al. 2007a] und [MÜHLBAUER et al. 2009].

1.3 Gliederung der Arbeit

Im Folgenden wird beschrieben, wie die vorliegende Arbeit aufgebaut ist. In Kapitel 2 werden zunächst alle grundlegenden theoretischen Beziehungen eingeführt. Das Hauptaugenmerk des Kapitels liegt auf der Beschreibung turbulenter Strömungen. Es werden dabei die für diese Arbeit relevanten Modellierungsansätze vorgestellt.

Anschließend wird in Kapitel 3 die Beschreibung und Modellierung von turbulenten Verbrennungsprozessen erläutert, insbesondere wird aufgezeigt, dass für eine effiziente Beschreibung von technischen Systemen Modellierungstechniken bzw. Reduktionsstrategien erforderlich sind. Der Fokus liegt dabei auf der Beschreibung turbulenter, nicht-vorgemischter Verbrennung. Die Interaktion von Turbulenz und Verbrennung wird anhand mathematischer Modelle erläutert.

In Kapitel 4 werden aufbauend auf den Grundgleichungen aus Kapitel 2 die Gleichungen hergeleitet, welche das akustische Feld beschreiben. Die Beschreibungsweisen haben dabei eine zunehmende Komplexität, begonnen wird mit Wellengleichungen. Am Ende des Kapitels wird ein Einblick in das Phänomen der thermoakustischen Instabilität gegeben.

Weiterhin von Bedeutung ist die numerische Umsetzung bzw. Lösung der beschreibenden Gleichungen. Im Rahmen dieser Arbeit kamen vier sehr unterschiedliche Simulationsprogramme zum Einsatz. In Kapitel 5 werden die durchgeführten Modifikationen und Implementierungen bezüglich der verschiedenen Simulationsprogramme dargestellt. Im Wesentlichen werden aus den vier Lösern zwei integrierte Gesamtsimulationswerkzeuge erstellt, mit denen es möglich ist, eine reagierende Strömung simultan mit der dazugehörigen Schallausbreitung zu berechnen. Weiterhin werden noch die verwendeten numerischen Techniken bzw. Methoden vorgestellt.

Ein zentraler Punkt der vorliegenden Arbeit ist die Beschreibung des akustischen Feldes von eingeschlossenen Konfigurationen. Daher werden in Kapitel 6 generische Testfälle präsentiert, welche die Fähigkeiten des Akustiklösers PIANO zur Beschreibung solcher Konfigurationen demonstrieren. Das Augenmerk liegt dabei auf der Abbildung von Reflexionen von akustischen Wellen.

In Kapitel 7 wird die Anwendung der entwickelten LES/CAA-Verfahren auf die Berechnung von turbulenten Verbrennungssystemen beschrieben. Begonnen wird mit nicht-vorgemischten Freistrahlfammen, dabei kommen als Brennstoff ein Wasserstoff/Stickstoff-Gemisch sowie ein Methan/Wasserstoff/Stickstoff-Gemisch zum Einsatz. Diese Konfigurationen zeigen keine thermoakustischen Instabilitätseffekte und dienen der Validierung der LES/CAA-Methodik. In einem zweiten Schritt wird eine turbulente Flamme betrachtet, die sich hinter einer zurückspringenden Kante stabilisiert, hier kommt als Brennstoff reines Methan zum Einsatz. Diese Konfiguration ist geometrisch eingeschlossen und es entstehen daher Reflexionen von akustischen Wellen. Je nach Betriebspunkt bilden sich thermoakus-

tische Instabilitäten aus. Es wird ein Fall ohne thermoakustische Effekte berechnet, sowie ein Fall mit einer ausgeprägten thermoakustischen Instabilität.

Abschließend werden in Kapitel 8 die gewonnenen Erkenntnisse und Ergebnisse zusammengefasst sowie ein Ausblick auf zukünftige Arbeiten gegeben.

Kapitel 2

Turbulente Strömungen

In diesem Kapitel werden die grundlegenden Gleichungen eingeführt, welche eine turbulente Strömung beschreiben. Diese sind meist Differentialgleichungen und beschreiben den Transport von Größen wie dem Impuls. Der Fokus dieses Kapitels liegt dabei auf der Beschreibung und Modellierung des Phänomens der Turbulenz, für eine vollständige theoretische Grundlage werden hier auch Transportgleichungen von skalaren Größen eingeführt, welche für eine Beschreibung von reagierenden Strömungen notwendig sind. Weiterhin sind im Kontext der Beschreibung gasförmiger Strömungen noch Beziehungen bedeutsam, welche den thermischen Zustand des Gases beschreiben. Diese werden als Zustandsgleichungen bezeichnet. Die über die Beschreibung der isothermen Strömung hinausgehenden Beziehungen werden in den Kapiteln 3 und 4 wieder aufgegriffen und detaillierter beschrieben.

2.1 Strömungsmechanische Grundlagen

Unter der Annahme eines Kontinuums lässt sich die Strömung eines beliebigen gasförmigen oder flüssigen Fluides durch die Erhaltung der Masse sowie die Bilanzierung des Impulses und möglichen zusätzlichen Differentialgleichungen, welche physikalische Vorgänge wie Mischung oder chemische Reaktionen abbilden, beschreiben. Die Massenerhaltung ist dabei in ihrer differentiellen Form durch

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (2.1)$$

gegeben. Die Bilanzierung des Impulses kann ebenfalls in differentieller Form angegeben werden und besagt, dass eine zeitliche Änderung des Impulses hervorgerufen wird durch Konvektion, Gradienten des Druckes und des Spannungstensors sowie durch die Erdanziehung:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i \quad (2.2)$$

Mit der Definition der materiellen Ableitung $D/Dt = \partial/\partial t + u_j \partial/\partial x_j$ und Ausnutzung der Kontinuität (2.1) sowie der Vernachlässigung der Erdanziehung lässt sich die Impulsbilanz noch schreiben als

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (2.3)$$

Vernachlässigt man auch viskose Kräfte, so erhält man die Impulsbilanz für reibungsfreie Strömungen, welche auch als Euler-Gleichung bekannt ist:

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (2.4)$$

Diese ist eine wichtige Grundgleichung im Bereich der Akustik, wie in Kapitel 4 gezeigt wird.

Für die Beschreibung von reibungsbehafteten Strömungen ist für technische Anwendungen häufig die Annahme gerechtfertigt, das strömende Medium als Newtonsches Fluid zu betrachten. Dies kann durch eine Materialgleichung ausgedrückt werden, welche einen Zusammenhang zwischen den viskosen Spannungen und dem Deformationsgeschwindigkeitstensor herstellt:

$$\tau_{ij} = \rho\nu \left(2S_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (2.5)$$

Der Deformationsgeschwindigkeitstensor ist dabei durch die folgende Beziehung gegeben:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.6)$$

In dem Materialgesetz enthalten ist die kinematische Viskosität ν , welche eine physikalische Eigenschaft des Fluides ist. Im allgemeinen ist die Viskosität eines Fluides keine konstante Größe, sondern abhängig von der Zusammensetzung oder der Temperatur des betrachteten Mediums. Einsetzen des beschriebenen Materialgesetzes in die Impulsbilanz (2.2) liefert die bekannten Navier-Stokesschen Gleichungen:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho\nu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \rho\nu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i \quad (2.7)$$

Für eine Beschreibung einer *inkompressiblen* Strömung (beispielsweise die Strömungsbewegung von Wasser in einem Rohrsystem) mit konstanten und bekannten Fluideigenschaften (Dichte und Viskosität) reichen die Massen- und Impulsbilanz bereits aus. Im allgemeinen Fall sind weitere Transportgleichungen physikalischer Größen sowie Zustandsgleichungen zu berücksichtigen.

2.2 Reagierende Strömungen

Da eine reagierende Strömung aus mehreren Komponenten, den Spezies besteht, sind weitere Bilanz- bzw. Zustandsgleichungen erforderlich, um die Interaktion der Komponenten untereinander, sei es durch Mischungsvorgänge oder chemische Reaktionen, beschreiben zu können. Im Folgenden werden die Beziehungen vorgestellt, welche zu der Massen- und Impulsbilanz hinzutreten, um reagierende Strömungen zu beschreiben. Für jede an dem betrachteten physikalischen Vorgang beteiligte Spezies wird eine Transportgleichung für den Massenbruch y_α der Spezies α formuliert:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho y_\alpha) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j y_\alpha) = -\frac{\partial J_j^{y_\alpha}}{\partial x_j} + S_{y_\alpha} = \frac{\partial}{\partial y_j} \left(\rho D_\alpha \frac{\partial y_\alpha}{\partial x_j} \right) + S_{y_\alpha} \quad (2.8)$$

Für die vorgestellte Form wurde bereits Gebrauch vom Fickschen Gesetz gemacht, welches besagt, dass die Speziesdiffusion, ausgedrückt durch den Massenfluss-Vektor $J_j^{x_\alpha}$, getrieben wird von räumlichen Konzentrationsgradienten. Weiterhin enthalten ist noch der (im Allgemeinen stoffabhängige) Diffusionskoeffizient D_α :

$$J_j^{x_\alpha} = -\rho D_\alpha \frac{\partial x_\alpha}{\partial x_j} \quad (2.9)$$

Der Quellterm auf der rechten Seite der Speziestransportgleichung bildet chemische Reaktionen ab. Dieser wird in Kapitel 3 im Rahmen der Beschreibung von Verbrennungsprozessen detaillierter betrachtet.

Durch die Bilanzierung der Energie ist es möglich, die Temperaturverteilung in dem betrachteten Fluid zu berechnen. Die Bilanzierung der Energie wird im Kontext der Beschreibung von reagierenden Strömungen häufig als Enthalpiebilanz formuliert. Die Enthalpie h eines Gemisches von N Komponenten lässt sich berechnen durch

$$h = \sum_{\alpha=1}^N h_\alpha x_\alpha \quad (2.10)$$

Die Enthalpie h_α der Spezies x_α ist durch die kalorische Zustandsgleichung gegeben:

$$h_\alpha = h_\alpha^0 + \int_{T_0}^T C_{p,\alpha} dT \quad (2.11)$$

Hierin ist T die Temperatur und $C_{p,\alpha}$ die Wärmekapazität der Spezies α , während der Term h_α^0 die Bildungsenthalpie der Spezies α beschreibt.

Die kalorische Zustandsgleichung kann analog in differentieller Form angegeben werden:

$$de = C_v dT, \quad dh = C_p dT \quad (2.12)$$

Neben der bereits eingeführten spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Druck C_p findet hier noch die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen C_v Eingang in den Zusammenhang zwischen der Energie e und der Temperatur. Die Bilanzierung der Enthalpie erfolgt schließlich durch eine Transportgleichung:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j h) = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{Dp}{Dt} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (2.13)$$

Die Enthalpie ändert sich demnach durch Konvektion, Arbeit durch Scherkräfte sowie durch Druckänderung und Wärmeleitung. Weitere mögliche Beiträge sind hier vernachlässigt (z.B. Enthalpieänderung infolge von Wärmestrahlung sowie Diffusionseffekte wie der Soret-Effekt und der Dufour-Effekt). Es sei noch erwähnt, dass die Enthalpiebilanz in ihrer vorgestellten Form keinen chemischen Quellterm aufweist, da sie in ihrer Definition die Bildungsenthalpie durch chemische Reaktionen bereits enthält.

Einen wichtigen Zusammenhang zwischen den thermischen Zustandsgrößen unter der Annahme eines idealen Gases liefert die thermische Zustandsgleichung

$$p = \rho R T \quad (2.14)$$

mit der spezifischen Gaskonstante R , welche sich aus der universellen Gaskonstante \bar{R} und der mittleren Molmasse \bar{M} des Gemisches zusammensetzt:

$$R = \frac{\bar{R}}{\bar{M}} \quad (2.15)$$

Neben der Energiebilanz, welche als differentielle Form des 1. Hauptsatzes der Thermodynamik betrachtet werden kann, ist auch die Bilanzierung der Entropie und damit der 2. Hauptsatz der Thermodynamik von Bedeutung. Ausgehend von der Gibbsschen Fundamentalgleichung

$$Tds = de + pdv \quad (2.16)$$

kann mit der Annahme eines idealen Gases eine Beziehung zwischen Druck und Dichte unter der Berücksichtigung von Entropieänderungen formuliert werden [EWERT und SCHRÖDER 2003]. Die Energie kann mit der differentiellen Form der kalorischen Zustandsgleichung (2.12) durch $de = C_v dT$ ausgedrückt werden und dT durch die thermische Zustandsgleichung (2.14) ersetzt werden:

$$dp = d\rho \cdot RT + \rho R \cdot dT \Leftrightarrow dT = \frac{dp}{\rho R} - \frac{d\rho T}{\rho} \quad (2.17)$$

Benutzt man noch die Identität $dv = -\frac{1}{\rho^2}d\rho$, so ergibt sich mit der Definition des Isentropenexponenten $\gamma = C_p/C_v$ und der Beziehung $R = C_p - C_v$ der folgende Ausdruck:

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{1}{\gamma} \frac{dp}{p} - \frac{ds}{C_p} \quad (2.18)$$

Dieser Zusammenhang zwischen Druck und Dichte wird für spätere Herleitungen in Kapitel 4 benötigt. Allgemein kann man von einer *kompressiblen* Beschreibungsweise sprechen, wenn die Dichte eine Funktion des Druckes ist ($\rho = \rho(p)$). Solche kompressiblen Beschreibungen weisen die Eigenschaft auf, strömungsmechanische wie auch akustische Phänomene gleichermaßen abzubilden. Solange die zu beschreibende Strömung jedoch die Annahme einer niedrigen *Machzahl* erfüllt ($Ma = U_0/c < 0.3$), sind inkompressible Beschreibungsweisen vorteilhaft, wie in Kapitel 5 gezeigt wird. Die Machzahl ist eine der wichtigsten dimensionslosen Kenngrößen auf dem Gebiet der Strömungsmechanik und bildet das Verhältnis einer charakteristischen Geschwindigkeit U_0 zur *Schallgeschwindigkeit* c . Die Annahme niedriger Machzahlen geht nicht zwangsläufig mit einer konstanten Dichte einher, wie es gelegentlich in der Literatur dargestellt wird. In Kapitel 3 wird erläutert, wie die lokale Dichte im Rahmen dieser Arbeit durch ein Verbrennungsmodell bestimmt wird.

In der Literatur existieren neben der bereits angesprochenen Bilanzierung der Enthalpie noch zahlreiche unterschiedliche Varianten der Bilanzierung der Energie. Für die vorliegende Arbeit ist noch die folgende Beziehung von Relevanz [POINSOT und VEYNANTE 2001]:

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \dot{\omega}_T + \frac{Dp}{Dt} + \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \left(\rho \sum_{\alpha=1}^N C_{P,\alpha} x_\alpha V_{i,\alpha} \right) \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.19)$$

Hierin ist C_p die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck sowie x_α und $V_{i,\alpha}$ der Massenbruch der Spezies α bzw. die Diffusionsgeschwindigkeit der Spezies α . Zusätzlich

erscheint auf der rechten Seite die Wärmefreisetzung $\dot{\omega}_T$. Die hier vorgestellte Form ist analog zur Euler-Gleichung (2.4) und der Druck-Dichte-Beziehung nach Gleichung (2.18) grundlegend für die Herleitung linearer akustischer Beziehungen in Kapitel 4.

Zusammenfassung der beschreibenden Transportgleichungen

Die bisher vorgestellten Bilanzsätze bilden den physikalischen Hintergrund zu einer sehr detaillierten Beschreibung reagierender Mehrkomponenten-Strömungen. Sie sollen hier zur Übersicht noch einmal zusammengefasst werden:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho \nu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \rho \nu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j h) = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{Dp}{Dt} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho x_\alpha) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j x_\alpha) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho D_\alpha \frac{\partial x_\alpha}{\partial x_j} \right) + S_{x_\alpha} \quad (2.23)$$

Durch geeignete Modellbildung im Bereich der Strömungsmechanik wie auch der Verbrennung können die gekoppelten Gleichungssysteme deutlich vereinfacht werden und somit einer effizienten numerischen Lösung zugänglich gemacht werden. Dies wird im folgenden Abschnitt aus der Sicht der Strömungsmechanik sowie in Kapitel 3 im Kontext der turbulenten Verbrennung dargestellt.

2.3 Beschreibung und Modellierung von Turbulenz

Bei einer laminaren Strömung kann man beobachten, dass die Fluidbewegungen auf geordneten, häufig stationären Bahnen geschehen. Das Fluid kann gedanklich in verschiedene Schichten eingeteilt werden, zwischen welchen Reibung herrscht. Im Falle einer gleichförmigen laminaren Strömung verschwindet auch diese. Die durch die Fluidreibung wirkende Viskosität ist dabei von entscheidender Bedeutung für das Verhalten der Strömung. Bei einer laminaren Strömung erzielt die Viskosität eine dämpfende Wirkung auf kleine Störungen, welche in technischen Umgebungen immer vorhanden sind (z.B. geometrisch bedingte Ungleichförmigkeiten). Wachsen die Störungen über ein kritisches Maß hinaus, was z.B. durch die Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit geschehen kann, so kann es zur *Transition* und zur Ausbildung einer turbulenten Strömung kommen. Die nun beobachtete Strömung ist unter anderem gekennzeichnet durch:

- Instationarität
- Dreidimensionales Verhalten
- Zufälligkeit
- Wirbelentstehung und -zerfall

Charakteristischerweise zeigen dabei die Wirbel ein großes Spektrum bezüglich ihrer Größe und Lebensdauer. Die großen, energiereichen Wirbel werden typischerweise in Bereichen des Strömungsfeldes erzeugt, die starke Geschwindigkeitsgradienten der mittleren Strömung aufweisen, wie dies z.B. in Scherschichten der Fall ist. Man spricht auch von der Produktion von Turbulenz. Durch Scherung in den Randbereichen der großen Wirbel entstehen dort wiederum neue Strukturen, die in ihrer räumlichen Ausdehnung kleiner sind. Dieser Prozess wiederholt sich und es findet ein Transfer von turbulenter kinetischer Energie durch die verschiedenen Skalen statt. Diese Betrachtungsweise eines Energietransfers von großen Strukturen hin zu den kleinen Strukturen wird auch als Energiekaskade bezeichnet.

Die Energiekaskade lässt sich auch mathematisch beschreiben. Zunächst spaltet man die Strömungsgeschwindigkeit in einen Mittelwert und einen Fluktuationsanteil auf:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (2.24)$$

Bei statistisch stationären Strömungen sind damit alle turbulenten Schwankungsbewegungen und mögliche Einflüsse von kohärenten Strukturen durch die Fluktuation u'_i beschrieben. Da die turbulenten Strukturen räumlich und zeitlich miteinander wechselwirken, beeinflussen sich auch die Schwankungsgrößen gegenseitig. Dies kann beispielsweise beschrieben werden durch die (normierte) zeitliche Autokorrelationsfunktion zweier Schwankungsgrößen am gleichen Ort:

$$R_{ij}(x, t, \tau) = \frac{\overline{u'_i(x, t) u'_j(x, t + \tau)}}{\sqrt{\overline{u'^2_i(x, t)} \overline{u'^2_j(x, t + \tau)}}} \quad (2.25)$$

Transformiert man diese Beziehung in den Wellenzahlraum, so kann man die Verteilung der turbulenten kinetischen Energie auf Strukturen unterschiedlicher Größe berechnen. Für den Fall der isotropen Turbulenz ist in Abbildung 2.1 der Verlauf der turbulenten kinetischen Energie über der Wellenzahl k dargestellt. Anhand der spektralen Darstellung in Abbildung 2.1 ist auch ersichtlich, dass die Größe der turbulenten Wirbel nach unten begrenzt ist, der Einfluss von viskosen Kräften steigt mit abnehmender Wirbelgröße bis schließlich die kleinsten Wirbel dissipiert werden. Maßgeblich für die Größe der kleinsten Skalen sind dabei die *Dissipationsrate* ϵ und die Viskosität. Die Dissipationsrate beschreibt hier die Rate an kinetischer Energie, die in Wärme umgewandelt wird. Es ergeben sich die kleinsten Strukturen, die Kolmogorov-Länge

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4} \quad (2.26)$$

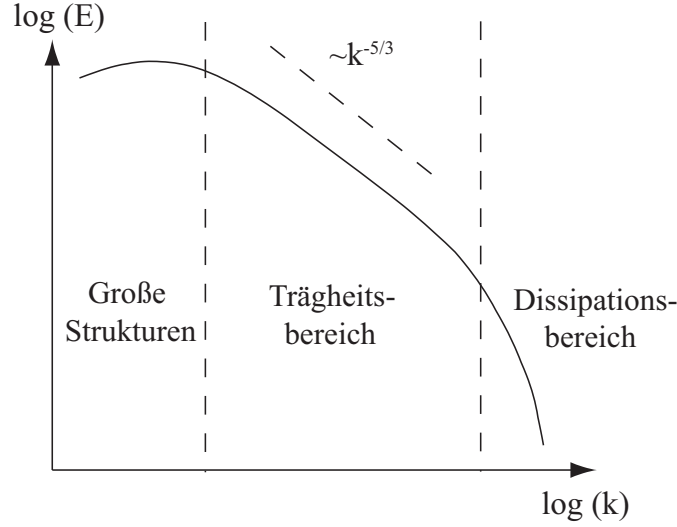


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der Verteilung der turbulenten kinetischen Energie über der Wellenzahl k für den Fall isotroper Turbulenz.

sowie die Kolmogorov-Zeit [KOLMOGOROV 1941]

$$\tau = \left(\frac{\nu}{\epsilon}\right)^{1/2} \quad (2.27)$$

Eine Eigenschaft der bereits eingeführten Navier-Stokesschen Gleichungen ist es, sowohl laminare wie auch turbulente Strömungen gleichermaßen zu beschreiben. Dies kann mit Hilfe der *Reynoldszahl*, einer fundamentalen Kenngröße auf dem Gebiet der Strömungsmechanik, veranschaulicht werden. Diese besteht aus einer für die betrachtete Konfiguration charakteristischen Geschwindigkeit U_0 , einer charakteristischen Abmessung L_0 sowie der Viskosität ν . Sie spiegelt das Verhältnis von Trägheitskräften zu Zähigkeitskräften wider:

$$Re = \frac{U_0 L_0}{\nu} \quad (2.28)$$

Die Bedeutung dieser Kennzahl kann auch direkt aus den beschreibenden Transportgleichungen abgelesen werden. Durch Einführen von Referenzgrößen lassen sich alle auftretenden Variablen in den Navier-Stokesschen Gleichungen entdimensionieren. Bei Betrachtung dieser dimensionslosen Gleichungen wird ersichtlich, dass der Diffusionsterm mit dem Kehrwert der Reynoldszahl skaliert:

$$\frac{\partial}{\partial \hat{t}} (\hat{\rho} \hat{u}_i) + \frac{\partial}{\partial \hat{x}_j} (\hat{\rho} \hat{u}_i \hat{u}_j) = \frac{\partial}{\partial \hat{x}_j} \left[\hat{\rho} \frac{\nu}{L_0 U_0} \left(\frac{\partial \hat{u}_j}{\partial \hat{x}_i} + \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial \hat{x}_j} \right) - \frac{2}{3} \hat{\rho} \frac{\nu}{L_0 U_0} \frac{\partial \hat{u}_k}{\partial \hat{x}_k} \delta_{ij} \right] - \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{x}_i} + \hat{\rho} \hat{g}_i \quad (2.29)$$

Die mit $\hat{\cdot}$ bezeichneten Größen stellen die entdimensionierten Variablen dar. Es ist nun leicht vorstellbar, dass bei sehr großen Reynoldszahlen die viskose Dämpfung global nur noch wenig Einfluss auf die Störungen hat. Für Rohrströmungen wird beispielsweise häufig eine Reynoldszahl von $Re \approx 2300$ genannt, bei welcher ein Übergang zu turbulenten Bedingungen stattfindet.

Prinzipiell stehen verschiedene Methoden zur Verfügung, um die Gleichungen, welche die turbulente Strömung beschreiben, zu lösen. Sie unterscheiden sich deutlich in ihrem Grad der Detaillierung und daraus resultierend in dem benötigten Rechenaufwand. Die heute am meisten verbreiteten Methoden werden im Folgenden vorgestellt.

Direkte Numerische Simulation

Die Attraktivität einer Direkten Numerischen Simulation (DNS) ist begründet durch den Verzicht auf jegliche Modellierung von Turbulenz. Man kann also ein sehr hohes Maß an Vorhersagefähigkeit durch eine solche Beschreibungsweise erwarten. Um eine DNS einer bestimmten Konfiguration durchführen zu können, ist es aber erforderlich, die kleinsten Skalen (Kolmogorov-Skalen) mit dem numerischen Gitter aufzulösen, d.h. es sind entsprechend kleine Gitterweiten notwendig. Unter Verwendung einer charakteristischen Geschwindigkeit U und einer charakteristischen Länge L der großen Skalen ist es möglich, die Anzahl an notwendigen Gitterpunkten in eine Raumrichtung abzuschätzen. Die Dissipationsrate kann dann durch U^3/L ausgedrückt werden und durch Einsetzen in (2.26) ergibt sich folgender Ausdruck:

$$\frac{L}{\eta} \approx \left(\frac{UL}{\nu} \right)^{3/4} = Re_t^{3/4} \quad (2.30)$$

Mit Re_t ist hier die turbulente Reynoldszahl bezeichnet. Werden alle drei Raumrichtungen berücksichtigt, so skaliert die Anzahl der benötigten Gitterpunkte N_g wie folgt:

$$N_g \approx Re_t^{9/4} \quad (2.31)$$

[FORDEL 1999] zeigt anhand eines einfachen Beispiels, dass die Anzahl der Gitterpunkte für eine technisch relevante Konfiguration dabei schnell die Größenordnung 10^{15} erreichen kann. Mit heutigen Rechnerarchitekturen (Stand 2010) ist eine solche Simulation nicht mit vertretbarem Zeitaufwand durchführbar. Dennoch können mit Direkten Numerischen Simulationen physikalische Vorgänge sehr detailliert analysiert werden und somit kann ein besseres Verständnis für diese Vorgänge aufgebaut werden. Weiterhin kann die DNS dazu dienen, um anhand einfacher Konfigurationen eine Weiterentwicklung und Verbesserung von Turbulenzmodellen zu erreichen, man spricht auch von numerischen Experimenten. Im nächsten Abschnitt werden modellierende Verfahren im Kontext der statistischen Turbulenzmodellierung vorgestellt.

Statistische Beschreibung durch Reynolds-Mittelung

Im Rahmen der Beschreibung von technischen Systemen sind häufig mittlere oder integrale Größen von Interesse. Beispielsweise ist es oft ausreichend, durch Kenntnis des globalen Druckverlustes einer bestimmten Konfiguration wichtige Hinweise für deren Auslegung zu erhalten. Die das Strömungsfeld beschreibenden Gleichungen aus Abschnitt 2.1 können nun derart modifiziert werden, dass sie nur noch Lösungen für statistische Momente wie den zeitlichen Mittelwert liefern. Dies geschieht durch Verwendung der Zerlegung

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (2.32)$$

Einsetzen in das Gleichungssystem (2.20)-(2.21) und anschließende Zeitmittelung führt auf die bekannten *Reynolds-Averaged-Navier-Stokes* Gleichungen (RANS). Hierin taucht nun ein ungeschlossener Term in Form eines statistischen Momentes zweiter Ordnung auf, der *Reynolds-Stress-Tensor*

$$\overline{u'_i u'_j} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j} \quad (2.33)$$

Dieser kann entweder durch ein Turbulenzmodell ausgedrückt werden oder alternativ durch Transportgleichungen bestimmt werden. In diesen treten wiederum ungeschlossene Terme höherer Ordnung (drittes statistisches Moment) auf. Durch fortgesetzte Entwicklung von Transportgleichungen entstehen neue ungeschlossene Terme. Dies ist als die Schließungsproblematik der Turbulenz bekannt. Es ist ersichtlich, dass die Hierarchie dieser (unendlich vielen) Transportgleichungen nicht gelöst werden kann, daher müssen die ungeschlossenen Terme geeignet modelliert werden. In der Literatur wird eine Vielzahl von Modellen beschrieben.

Eine mögliche Form der Klassifizierung dieser Modelle besteht darin, die Anzahl der zusätzlichen Differentialgleichungen anzugeben, die durch das Turbulenzmodell hinzukommen. Das wahrscheinlich bekannteste Modell ist dabei das *k-ε*-Modell [JONES und LAUNDER 1972]. Hier wird eine Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie *k* sowie für deren Dissipation *ε* gelöst, es handelt sich also um ein Zweigleichungsmodell. Eine andere Klasse von Modellen stellen die *Reynolds-Stress-Modelle* dar. Hier werden Bilanzgleichungen für die Komponenten des Reynolds-Stress-Tensors hergeleitet. Zusätzlich wird eine Gleichung für die turbulente kinetische Energie (Spur des Reynolds-Stress-Tensors) sowie die Dissipation gelöst. Als eine Konsequenz der Schließungsproblematik der Turbulenz treten in den Bilanzgleichungen für die Komponenten des Reynolds-Stress-Tensors statistische Momente dritter Ordnung auf.

Im Rahmen einer statistischen Beschreibung einer turbulenten Strömung sind auch instationäre Beschreibungsweisen durch Mittelung über ein Ensemble möglich (Unsteady-Reynolds-Averaged-Navier-Stokes, URANS), ein Großteil der turbulenten Skalen kann aber nicht aufgelöst werden. Weiterhin ist ein sehr großer Einfluss des verwendeten Modells und eventuell vorhandener Modellkonstanten zu beobachten, die Vorhersagefähigkeit ist damit stark eingeschränkt.

Da in dieser Arbeit akustische Phänomene und damit die Beschreibung instationärer Effekte im Vordergrund stehen, wird eine transiente Beschreibungsweise eingesetzt, welche einen Großteil des turbulenten Spektrums direkt abbildet und nur den Einfluss der kleinen Skalen durch ein Modell berücksichtigt. Diese als Grobstruktursimulation bekannte Methode wurde für alle Strömungssimulationen im Rahmen dieser Arbeit verwendet. Sie wird im nächsten Abschnitt beschrieben.

2.4 Simulation der Grobstruktur

Die Grobstruktursimulation (Large Eddy Simulation, LES) beruht auf der Idee, die Vorteile einer Direkten Numerischen Simulation mit denen von statistischen Ansätzen zu kombinieren. Das Prinzip besteht darin, das Spektrum von turbulenten Skalen zum größ-

ten Teil direkt zu simulieren und nur den Einfluss von sehr kleinen Strukturen durch ein Modell zu beschreiben. Aus mathematischer Sicht wird eine Filteroperation auf die Navier-Stokes-Gleichungen angewendet, es findet eine Trennung von Skalen statt. Es verbleiben ein Grobstruktur- und ein Feinstrukturanteil. Bei geeigneter Wahl der Filterweite befindet sich der Übergang von der Grobstruktur zur Feinstruktur im Trägheitsbereich des turbulenten Spektrums (siehe Abbildung 2.1). Unter Ausnutzung der Ähnlichkeit von turbulenten Skalen können Modelle formuliert werden, die über einen breiten Bereich sehr allgemeingültig sind. Weiterhin ist von Vorteil, dass sich kleine Skalen in sehr viel besserer Näherung isotrop verhalten, als dies bei großen, durch die Problemgeometrie bestimmten Skalen der Fall ist. Diese lokale Isotropie erleichtert die Modellierung zusätzlich.

Besonders attraktiv erscheint die Grobstruktursimulation im Kontext der numerischen Lösungsverfahren. Hier ist durch die räumliche und zeitliche Diskretisierung der Differentialgleichung bereits eine Beschränkung der Auflösung vorgegeben, da mit einem numerischen Gitter nur solche Strukturen berechnet werden können, die durch das Gitter darstellbar sind. Es ist also möglich, die beschriebene Filteroperation formal auf die beschreibenden Gleichungen anzuwenden und anschließend ein geeignetes Modell für den Einfluss der Feinstruktur zu wählen. Die Filteroperation muss aber nicht explizit durchgeführt werden, vielmehr werden die durch die Simulation erhaltenen Lösungsvariablen als bereits gefilterte Größen interpretiert. Man spricht auch von impliziter Grobstruktursimulation. Die Filterung einer Größe kann mathematisch beschrieben werden als Faltung einer Größe ϕ mit einer Filterfunktion $g(\xi)$:

$$\bar{\phi}(x_i, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x_i - \xi, t) g(\xi) d\xi \quad (2.34)$$

Bei Verwendung eines *top-hat*-Filters beschreibt die Filterung eine räumliche Mittelung über den Bereich des Filters. Dies korrespondiert mit dem verwendeten numerischen Verfahren, welches durch das numerische Gitter ebenfalls eine räumliche Mittelungseigenschaft aufweist. In seiner Wirkung ist das Gitter daher vergleichbar mit einer *top-hat*-Filterung und somit ist dieser Filter geeignet für eine Grobstruktursimulation in Kombination mit einem Finite-Volumen-Verfahren, wie es in dieser Arbeit verwendet wird. Durch die Definition eines dichtegewichteten Filters (Favre-Filter) ist es möglich, die Filteroperation deutlich zu vereinfachen. Mathematisch ist die Favre-Filterung durch

$$\tilde{\phi} = \frac{\overline{\rho\phi}}{\bar{\rho}} \quad (2.35)$$

gegeben. Wird nun der Favre-Filter auf das Gleichungssystem (2.20)-(2.21) angewendet, so ergeben sich die Favre-gefilterten Beschreibungsweisen:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j) = 0 \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{\rho} \tilde{\nu} \left(\frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho} \tilde{\nu} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \bar{\rho} g_i \quad (2.37)$$

Dabei wurde von einigen Rechenregeln mit gefilterten Größen Gebrauch gemacht. Weiterhin wird angenommen, dass die Viskosität und der Geschwindigkeitsgradient unkorreliert sind. Eine ausführliche Beschreibung der Filterung der Navier-Stokes-Gleichungen ist durch [FORKELE 1999] gegeben.

In Gleichung 2.37 verbleibt als einziger ungeschlossener Term der gefilterte Konvektionsterm $\widetilde{u_i u_j}$. Dieser kann aufgespalten werden in einen aufgelösten Grobstrukturanteil und einen Feinstrukturanteil [POPE 2000]:

$$\widetilde{u_i u_j} = \tilde{u}_i \tilde{u}_j - \tau_{ij} \quad (2.38)$$

Für die im nächsten Abschnitt beschriebene Modellierung des nun definierten Feinstrukturanteils τ_{ij} wird dieser noch in einen isotropen und einen deviatorischen Teil aufgespalten. Der deviatorische Teil wird im folgenden als τ_{ij}^{sgs} und damit als Tensor der Feinstrukturspannungen (*subgrid-scale-stress*) bezeichnet.

$$\tau_{ij}^{sgs} = \tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} \quad (2.39)$$

Der isotrope Teil kann mit dem Druck zu einem Druckparameter \bar{P} zusammengefasst werden. Dadurch muss nur noch der deviatorische Teil der Feinstrukturspannungen modelliert werden.

$$\bar{P} = \bar{p} + \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} \quad (2.40)$$

Nach Einsetzen von Beziehung (2.38)-(2.40) in Gleichung (2.37) unterscheidet sich die gefilterte Gleichung von der Ausgangsgleichung im Wesentlichen nur durch den Tensor der Feinstrukturspannungen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = \\ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{\rho} \tilde{v} \left(\frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho} \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} + \bar{\rho} \tau_{ij}^{sgs} \right] - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \bar{\rho} g_i \end{aligned} \quad (2.41)$$

Durch diese Form wird besonders deutlich, dass der hinzugekommene Tensor die Wirkung der Feinstruktur auf die aufgelöste Grobstruktur beschreibt. Das für diese Arbeit verwendete Verfahren zur Modellierung des Feinstrukturanteils wird im nächsten Abschnitt vorgestellt.

2.4.1 Modellierung nach Smagorinsky

Aus phänomenologischer Sicht führt Turbulenz zu einer starken Durchmischung des betrachteten Fluides. Dies gilt nicht nur für den Transport von skalaren Größen, sondern auch für die Verteilung des Impulses selbst. Es liegt also nahe, den Prozess der Durchmischung im Bereich der nicht aufgelösten kleinen Skalen mit einem Diffusionsprozess zu vergleichen. Konsistent dazu kann ein *Wirbelviskositätsansatz* gemacht werden. Hierbei wird durch Erhöhung der molekularen Viskosität um eine *turbulente Viskosität* die Wirkung der Feinstruktur modelliert. Es ergibt sich eine effektive Viskosität:

$$\nu_{eff} = \tilde{\nu} + \nu_t \quad (2.42)$$

Mit dieser Forderung liegt der Ansatz für den Tensor der Feinstrukturspannungen bereits fest:

$$\tau_{ij}^{sgs} = \nu_t \left(2 \tilde{S}_{ij} - \frac{2}{3} \tilde{S}_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (2.43)$$

Hierin enthalten ist noch der gefilterte Deformationsgeschwindigkeitstensor

$$\tilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.44)$$

Dem Wirbelviskositätsansatz folgend schlägt [SMAGORINSKY 1963] vor, die turbulente Viskosität aus den lokalen Geschwindigkeitsgradienten sowie der Filterweite und einer Modellkonstante zu bestimmen:

$$\nu_t = (C_s \bar{\Delta})^2 |\tilde{S}|, \quad |\tilde{S}| = \sqrt{2 \tilde{S}_{ij} \tilde{S}_{ij}}, \quad (2.45)$$

Mit zunehmender Auflösung nimmt der Einfluss des Modells ab, da die in (2.45) enthaltene Filterweite mit der Gitterweite identifiziert werden kann. Für die Modellkonstante gibt es verschiedene Ansätze, häufig finden empirische Verfahren oder Erfahrungswerte Eingang in die Berechnung. Unter Annahme eines Modellspektrums berechnet [LILLY 1967] einen theoretischen Wert von 0.17 für die Smagorinsky-Modellkonstante.

Es ist ersichtlich, dass man einen Beitrag der turbulenten Viskosität nur dort erhält, wo auch Gradienten in der Strömung auftauchen. Dabei kann aber nicht zwischen dem Gradienten in einer laminaren bzw. turbulenten Strömung unterschieden werden. In Bereichen gleichförmiger Strömung verschwindet hingegen die turbulente Viskosität. Ein weiterer Nachteil des Modells ist es, auch im wandnahen Bereich eine turbulente Viskosität vorherzusagen, da hier die (reibungsbefallene) Strömung immer Gradienten aufweist. In der viskosen Unterschicht müsste der Einfluss des Modells bei korrekter Beschreibung aber verschwinden. In der Literatur existieren Modifikationen des Modells von Smagorinsky, die hier Verbesserungen vornehmen. [MOIN und KIM 1982] schlagen beispielsweise eine Dämpfung der Konstante im wandnahen Bereich vor. Ein sehr verbreiteter Ansatz ist die dynamische Bestimmung der Modellkonstanten. Da dieser Ansatz für alle Grobstruktursimulationen verwendet wurde, die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurden, wird darauf im folgenden Abschnitt näher eingegangen.

2.4.2 Die dynamische Prozedur nach Germano

Die grundlegende Idee von Germano [GERMANO et al. 1991] ist es, das aufgelöste (formal gefilterte) Geschwindigkeitsfeld noch einmal zu filtern, diesmal aber mit einer Filterweite, die größer ist als die Gitterweite. Dazu wird ein Testfilter definiert:

$$\hat{\Delta} = \beta \cdot \bar{\Delta} \quad (2.46)$$

Der Faktor β muss dabei größer als eins sein. Für das neu erhaltene gefilterte Geschwindigkeitsfeld werden nun die Feinstrukturspannungen modelliert. Die Konstante aus dem Smagorinsky-Modell wird dann so berechnet, dass die modellierten Feinstrukturspannungen für das mit dem Testfilter gefilterte Feld genau der Summe aus modellierten Feinstrukturspannungen und aufgelösten Spannungen des ungefilterten Feldes entsprechen (Auf dieser Filterebene steht ein Teil der Information zur Verfügung). Auf der Ebene des testgefilterten Feldes wird analog zu Gleichung (2.38) eine Aufspaltung des testgefilterten Konvektionsterms in einen aufgelösten und einen modellierten Anteil vorgenommen:

$$\widehat{u_i u_j} = \hat{u}_i \hat{u}_j - \tau_{ij}^{test} \quad (2.47)$$

Wendet man nun den Testfilter auf (2.38) an so erhält man eine zweite Gleichung zur Bestimmung des testgefilterten Konvektionsterms, hier finden die Größen aus dem nur einfach gefilterten Geschwindigkeitsfeld Eingang:

$$\widehat{u_i u_j} = \widehat{\tilde{u}_i \tilde{u}_j} - \widehat{\tau_{ij}^{sgs}} \quad (2.48)$$

Gleichsetzen von (2.47) und (2.48) liefert:

$$\widehat{\tilde{u}_i \tilde{u}_j} - \widehat{\tilde{u}_i \tilde{u}_j} = \widehat{\tau_{ij}^{sgs}} - \tau_{ij}^{test} := L_{ij} \quad (2.49)$$

Für beide Filterungsstufen werden die jeweiligen Feinstrukturspannungen modelliert, im Rahmen dieser Arbeit wurde dafür das bereits vorgestellte Modell von Smagorinsky benutzt.

$$\tau_{ij}^{sgs} \approx C \bar{\Delta}^2 |\tilde{S}| \left(2\tilde{S}_{ij} - \frac{2}{3}\tilde{S}_{kk}\delta_{ij} \right) := 2Cm_{ij}^{sgs} \quad (2.50)$$

$$\tau_{ij}^{test} \approx C \hat{\Delta}^2 |\hat{S}| \left(2\hat{S}_{ij} - \frac{2}{3}\hat{S}_{kk}\delta_{ij} \right) := 2Cm_{ij}^{test} \quad (2.51)$$

Der Germano-Parameter C entspricht dem Quadrat der Smagorinsky-Konstante C_s . Mit der Definition

$$M_{ij} := \widehat{m_{ij}^{sgs}} - m_{ij}^{test} \quad (2.52)$$

und den in Gleichung (2.49)-(2.51) eingeführten Abkürzungen sowie der Vernachlässigung von Schwankungen von C unter dem Testfilter ($\widehat{Cm_{ij}^{sgs}} \approx Cm_{ij}^{sgs}$) kann man dessen Berechnung schließlich schreiben als

$$2CM_{ij} = L_{ij} - \frac{1}{3}L_{kk}\delta_{ij} \quad (2.53)$$

Aufgrund der verschwindenden Spur der Tensoren auf beiden Seiten der Gleichungen ergeben sich fünf unabhängige Gleichungen für die Bestimmung der Konstante. Lilly [LILLY 1992] schlägt vor, den Germano-Parameter über eine Minimierung des quadratischen Fehlers zu bestimmen. Aus diesem Ansatz folgt schließlich die in dieser Arbeit verwendete Formulierung:

$$C = \frac{L_{ij}M_{ij}}{2M_{kl}M_{kl}} \quad (2.54)$$

Die Berechnung des Germano-Parameters nach (2.54) ermöglicht das Auftreten negativer Werte für diese Größe. Damit kann auch die effektive Viskosität negativ werden. Physikalisch betrachtet ist diese Situation vorstellbar, lokal besteht die Möglichkeit eines Energierücktransportes von kleineren zu größeren Skalen [LEITH 1990, PIOMELLI et al. 1993]. Es ist jedoch unklar, ob dieser als *backscatter* bekannte Effekt durch negative Viskositäten abzubilden ist [FORDEL 1999, KEMPF 2003]. Weiterhin muss man mit numerisch bedingten Instabilitäten rechnen [FORDEL 1999, KEMPF 2003]. Diesen Arbeiten folgend wurden für alle im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen keine negativen Werte für die turbulente Viskosität berücksichtigt ($\nu_t > 0$). Es zeigt sich in der Praxis, dass der Germano-Parameter starke Fluktuationen aufweist. Dies ist ein für das numerische Verfahren unerwünschter Effekt. In FASTEST ist daher eine zeitliche Unterrelaxation des Germano-Parameters implementiert:

$$C^{n+1} = C^n(1 - \beta) + \beta \cdot \frac{L_{ij}M_{ij}}{2M_{kl}M_{kl}} \Big|_{n+1} \quad (2.55)$$

Aus Vorgängerarbeiten [HAHN 2009, OLBRICHT 2009] wurden dabei Werte $\beta \approx 10^{-2}$ als geeignet bewertet.

Kapitel 3

Turbulente Verbrennung

In diesem Kapitel sollen die grundlegenden Beziehungen zur Beschreibung und Modellierung turbulenter Verbrennung dargestellt werden. Für die vorliegende Arbeit wurden als Brennstoff bzw. Oxidator nur gasförmige Fluide betrachtet, Verdampfungsvorgänge und Mehrphasenströmungen müssen somit nicht berücksichtigt werden. Zunächst erfolgt eine Klassifizierung von turbulenter Verbrennung nach den möglichen Flammentypen, die in Verbrennungssystemen auftreten, insbesondere wird dabei unterschieden zwischen vorgemischter sowie nicht-vorgemischter Verbrennung und möglichen Mischformen. Weiterhin wird anhand der Beschreibung der chemischen Reaktionskinetik die Komplexität von Verbrennungsvorgängen dargestellt und die Notwendigkeit zur Modellierung für technisch relevante Systeme aufgezeigt. Anschließend werden die in dieser Arbeit verwendeten Verbrennungsmodelle vorgestellt, sowie abschließend die Interaktion von chemischen und turbulenten Vorgängen beschrieben.

3.1 Flammentypen

Allgemein gesprochen für einen Verbrennungsprozess zunächst ein brennfähiges Gemisch aus Oxidator und Brennstoff erzeugt. In diesem Gemisch finden dann chemische Reaktionen statt. Dabei kann man unterscheiden, ob die Mischung vor dem eigentlichen Verbrennungsprozess stattfindet (*vorgemischte Verbrennung*) oder ob Mischung und chemische Reaktion parallel ablaufen (*nicht-vorgemischte Verbrennung*). Turbulente Vormischverbrennung wird bei begrenztem zur Verfügung stehendem Volumen eingesetzt, wie beispielsweise im Otto-Motor. Aufgrund der nahezu rußfreien chemischen Umsetzung und den allgemein niedrigen Schadstoffemissionen findet sie sich auch in stationären Gasturbinen zur Stromerzeugung wieder. Charakteristisch für die Vormischverbrennung ist eine Eigenbewegung der Flammenfront in Richtung des noch unverbrannten Gemisches, diese Propagation geschieht mit der *laminaren Brenngeschwindigkeit*, welche von der Mischung und damit auch von den Eigenschaften des Brennstoffes abhängt. Die laminare Brenngeschwindigkeit ist nicht zu verwechseln mit der *turbulenten Brenngeschwindigkeit*, welche im Rahmen der Modellierung von turbulenten Vormischflammen eine wichtige Größe darstellt. Hierbei handelt es sich um eine modellabhängige Ersatzgröße. Ein Nachteil der Vormischverbrennung ist eine erhöhte Anforderung an die Sicherheit, da durch die Vormischung ein brenn- bzw. explosionsfähiges Gemisch im Bereich vor der eigentlichen Verbrennungszone vorliegt. Zum gegenwärtigen Zeitpunkt werden Flugtriebwerke aufgrund von Sicherheitsanforderungen daher mit turbulenter, nicht-vorgemischter Verbrennung betrieben.

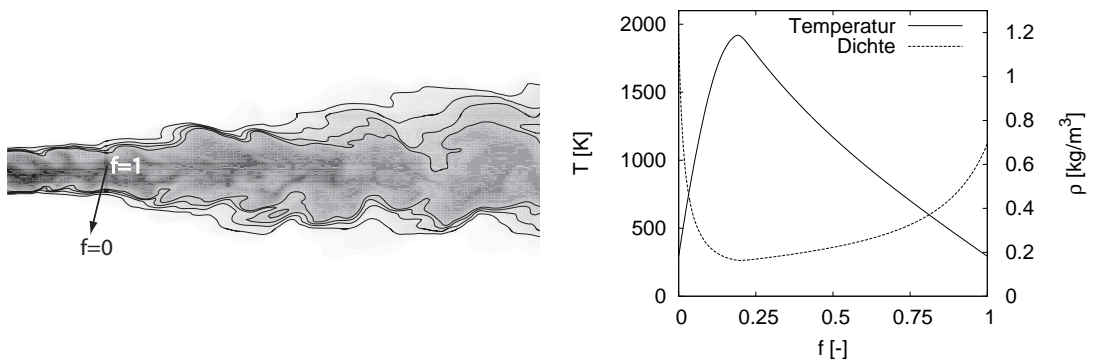


Abbildung 3.1: Links: Mischungsfeld einer turbulenten Freistrahlfamme. Die Werte $f = 0$ und $f = 1$ korrespondieren mit reinem Oxidator bzw. Brennstoff. Rechts: Typischer Verlauf von Dichte und Temperatur über die Flamme.

Im Gegensatz zur Vormischverbrennung ist im Kontext der nicht-vorgemischten Verbrennung die Flammenposition nicht durch eine Ausbreitungsgeschwindigkeit, sondern durch die molekulare Mischung festgelegt. Diese ist wiederum bestimmt durch konvektive und diffusive Transportvorgänge, weiterhin hat die Turbulenz der Strömung einen starken Einfluss auf das Mischungsfeld. Im Allgemeinen führt Turbulenz dabei zu einer starken Durchmischung des Fluides. Ein Merkmal der nicht vorgemischten Verbrennung ist, dass lokal immer die Möglichkeit besteht, ein stöchiometrisches Gemisch zu erhalten. Dies geht einher mit lokal hohen Temperaturen und somit ist eine Kontrolle von Schadstoffemissionen wie z.B. Stickoxiden hier schwieriger im Vergleich zu vorgemischten Systemen. Der molekulare Mischungszustand kann durch eine Transportgleichung für den Mischungsgrad beschrieben werden (vgl. Abschnitt 3.4).

Methoden, welche die Vorteile von beiden beschriebenen Flammentypen für technische Verbrennungssysteme kombinieren, sind bei Flugtriebwerken in der Entwicklungsphase, beispielsweise das RQL-Konzept (engl. Rich burn, Quick quench, Lean burn). Um einen Eindruck der Verteilung von physikalischen Größen in einer nicht-vorgemischten turbulenten Flamme zu geben, ist in Abbildung 3.1 eine entsprechende Freistrahlfamme zusammen mit Verläufen typischer Größen über die Flamme dargestellt.

Die bisher beschriebenen Flammentypen stellen in der Regel Idealzustände dar, in technischen Systemen findet man meist Mischformen. Man spricht allgemein von *partieller Vormischung*. Beispiele hierfür sind global nicht-vorgemischte Systeme mit lokaler Vormischung oder Effekte von lokal unterschiedlichen Brenngeschwindigkeiten bedingt durch lokale Variationen der Gemischzusammensetzung.

3.2 Reaktionskinetik

In Abschnitt 2.8 wurde bereits angesprochen, dass eine reagierende Strömung aus mehreren Komponenten, den Spezies, besteht. Die Bildung bzw. der Verbrauch einer bestimmten Spezies (beispielsweise CO_2) aufgrund von chemischen Reaktionen wird maßgeblich

bestimmt durch die Geschwindigkeit, mit der die Reaktion abläuft. Im Rahmen der *chemischen Reaktionskinetik* werden solche Reaktionsgeschwindigkeiten berechnet. In einer allgemeinen Schreibweise kann eine Reaktionsgleichung in der Form



geschrieben werden. Mit A, \dots, D sind dabei die an der Reaktion beteiligten Spezies bezeichnet. Mit dem *Geschwindigkeitskoeffizienten der Vorwärtsreaktion* k^f kann die zeitliche Änderung der Spezies A durch die Vorwärtsreaktion

$$\frac{d[A]}{dt} = -k^f [A]^{\nu_a} [B]^{\nu_b} \quad (3.2)$$

ausgedrückt werden. Durch das Vorzeichen ergibt sich ein Verbrauch der Spezies A . Die Exponenten ν_a, ν_b beschreiben die *Reaktionsordnung* bezüglich des Stoffes A, B . Die Schreibweise in Klammern bezeichnet die Konzentrationen der Stoffe A, B . In gleicher Weise kann eine Rückreaktion beschrieben werden. Der dazugehörige Geschwindigkeitskoeffizient der Rückreaktion lässt sich aus dem Koeffizienten der Vorwärtsreaktion und der *Gleichgewichtskonstanten* K_c bestimmen:

$$k^r = k^f / K_c \quad (3.3)$$

Nun kann die zeitliche Änderung von A aufgrund der Rückreaktion angegeben werden:

$$\frac{d[A]}{dt} = k^r [C]^{\nu_c} [D]^{\nu_d} \quad (3.4)$$

Durch das positive Vorzeichen wird nun die Spezies A gebildet. Für die konkrete Bestimmung des Geschwindigkeitskoeffizienten der Vorwärtsreaktion kann allgemein ein Ansatz nach [ARRHENIUS 1889] verwendet werden:

$$k^f = AT^b \exp(-E/RT) \quad (3.5)$$

Hierin sind A und b sowie die Aktivierungsenergie E Konstanten. Wie im folgenden Abschnitt dargestellt wird, ist für eine detaillierte Beschreibung eines Verbrennungsprozesses eine größere Anzahl N_α an Reaktionsgleichungen notwendig.

3.3 Reaktionsmechanismen

Stellvertretend für komplexere Mechanismen soll an dieser Stelle der Abbrand von Wasserstoff mit Sauerstoff beschrieben werden. Global betrachtet geschieht ein Umsatz von den *Edukten* Wasserstoff und Sauerstoff zu dem *Produkt* Wasser:



Diese Brutto-Reaktionsgleichung beschreibt die physikalischen Vorgänge nur unzureichend. Vielmehr findet die Umsetzung über viele Teilschritte statt, an denen auch *intermediäre* Spezies beteiligt sind. Ein solcher Teilschritt ist beispielsweise die Bildung des Wasserstoff-Radikals:



Die Teilschritte werden auch als *Elementarreaktionen* bezeichnet und sind dadurch gekennzeichnet, dass die Reaktionsgleichung den tatsächlichen physikalischen Vorgang beschreibt. Die Gesamtheit der Elementarreaktionen, welche den Verbrennungsprozess beschreiben, wird als *Reaktionsmechanismus* bezeichnet. Er besteht allgemein aus N_α Elementarreaktionen und N_s Spezies und kann in einer kompakten Schreibweise wie folgt angegeben werden:

$$\sum_{i=1}^{N_s} \nu'_{i,j} A_i \rightleftharpoons \sum_{i=1}^{N_s} \nu''_{i,j} A_i \quad \text{mit} \quad j = 1, \dots, N_\alpha \quad (3.8)$$

Für jede Spezies A_i geben die *stöchiometrischen Koeffizienten* $\nu'_{i,j}$ und $\nu''_{i,j}$ die Anzahl der beteiligten Moleküle der Spezies A_i an. Die Reaktionsgeschwindigkeiten wiederum können allgemein geschrieben werden als

$$r_j = k^{f,j} \prod_{i=1}^{N_s} [A_i]^{\nu'_{i,j}} - k^{r,j} \prod_{i=1}^{N_s} [A_i]^{\nu''_{i,j}} \quad \text{mit} \quad j = 1, \dots, N_\alpha \quad (3.9)$$

Schließlich ergibt sich der chemische Quellterm der transportierten Spezies A_i zu

$$\omega_i = M_i \sum_{j=1}^{N_\alpha} (\nu''_{i,j} - \nu'_{i,j}) r_j \quad \text{mit} \quad i = 1, \dots, N_s \quad (3.10)$$

Im Fall der hier vorgestellten Wasserstoff-Verbrennung besteht der vollständige Reaktionsmechanismus aus 21 Reaktionen und acht beteiligten Spezies. Neben dem vollständigen Mechanismus existieren noch vereinfachte Mechanismen, die dann als detaillierte Mechanismen bezeichnet werden und die maßgeblichen Reaktionen und Spezies beinhalten.

Für komplexere Moleküle wie n-Heptan besteht ein detaillierter Mechanismus bereits aus 2540 Reaktionen und 556 beteiligten Spezies [SEISER et al. 2000]. Technisch relevante Flüssigbrennstoffe wie Benzin oder Diesel stellen ein noch höheres Komplexitätsniveau dar. Da für jede beteiligte Spezies eine eigene (i.a. dreidimensionale) Transportgleichung gelöst werden muss (Siehe auch Abschnitt 2.1), steigt der numerische Aufwand stark an. Durch vereinfachende Annahmen sowie geeignete Modellbildung ist es aber möglich, die Anzahl der zu lösenden Transportgleichungen drastisch zu reduzieren. Dies wird in den folgenden Abschnitten erläutert. Der Fokus liegt dabei auf der Modellierung von nicht-vorgemischter, turbulenter Verbrennung. Auf eine Darstellung von Reduktions- und Modellierungsstrategien im Rahmen der vorgemischten, turbulenten Verbrennung wird hier verzichtet. Eine Übersicht ist durch [FREITAG 2007] gegeben.

3.4 Der Mischungsgradformalismus

Die Beschreibung des Mischungszustandes von Brennstoff und Oxidator ist eine Voraussetzung zur Berechnung nicht-vorgemischter und teilvorgemischter Verbrennungssysteme. Für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Zweistoffsysteme kann dabei der Mischungszustand eindeutig durch eine Größe, den Mischungsgrad, beschrieben werden.

Durch eine geeignete Definition des Mischungsgrades ist es dabei möglich, für diesen eine quelltermfreie Transportgleichung herzuleiten, welche auch im reaktiven Fall gültig ist. Dies gelingt, indem die (quelltermfreien) Erhaltungsgleichungen für die Elementmassenbrüche y_α betrachtet werden. Diese erhält man durch Linearkombinationen der Spezies-transportgleichungen (siehe Gleichung 2.8):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho y_\alpha) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j y_\alpha) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho D_\alpha \frac{\partial y_\alpha}{\partial x_j} \right) \quad (3.11)$$

Im Rahmen des Shvab-Zel'dovich-Formalismus [WILLIAMS 1964] werden die folgenden Annahmen zur Reduzierung der Anzahl der zu lösenden Transportgleichungen gemacht:

- Vernachlässigung der Enthalpieänderung durch Druckarbeit
- Vernachlässigung der Enthalpieänderung durch Reibung
- Gleiche Diffusionskoeffizienten für alle Spezies
- Die Lewiszahlen sind gleich eins, thermische Diffusion entspricht Stoffdiffusion
- Keine Berücksichtigung von Transportprozessen wie Dufour- und Soret-Effekt

Es gilt damit $D_\alpha = D$ für alle Elementmassenbrüche. Die Enthalpiegleichung (2.13) reduziert sich mit den beschriebenen Annahmen zu

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j h) = - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (3.12)$$

Nun spezifiziert man noch die Komponenten des Wärmestromvektors q gemäß

$$q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} - \sum_{\alpha=1}^{N_\alpha} h_\alpha \rho D \frac{\partial x_\alpha}{\partial x_i} \quad (3.13)$$

Hierin ist der erste Term ein Beitrag infolge Wärmeleitung mit der stoffabhängigen Wärmeleitfähigkeit λ sowie der zweite Term ein Beitrag infolge Speziesdiffusion, weiterhin wurde hier bereits von dem Fickschen Gesetz (Gleichung 2.9) Gebrauch gemacht.

Durch Ableiten der Beziehung (2.10) nach x_i kann man den Temperaturgradienten in Gleichung (3.13) durch die Enthalpie ausdrücken:

$$\frac{\partial h}{\partial x_i} = C_p \frac{\partial T}{\partial x_i} + \sum_{\alpha=1}^{N_\alpha} h_\alpha \frac{\partial x_\alpha}{\partial x_i} \Leftrightarrow \frac{\partial T}{\partial x_i} = \frac{1}{C_p} \left(\frac{\partial h}{\partial x_i} - \sum_{\alpha=1}^{N_\alpha} h_\alpha \frac{\partial x_\alpha}{\partial x_i} \right) \quad (3.14)$$

Setzt man diese Gleichung in die Gleichung für den Wärmestromvektor q ein, so erhält man für die Transportgleichung der Enthalpie:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j h) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\lambda}{C_p} \frac{\partial h}{\partial x_i} - \frac{\lambda}{C_p} \sum_{\alpha=1}^{N_\alpha} h_\alpha \frac{\partial x_\alpha}{\partial x_i} + \sum_{\alpha=1}^{N_\alpha} h_\alpha \rho D \frac{\partial x_\alpha}{\partial x_i} \right) \quad (3.15)$$

Mit der Annahme, dass thermische Diffusion und Stoffdiffusion gleich sind, ergeben sich die Lewiszahlen zu eins:

$$Le_\alpha = Le = \frac{\lambda}{\rho C_p D} = 1 \Leftrightarrow \frac{\lambda}{C_p} = \rho D \quad (3.16)$$

Damit heben sich die beiden letzten Terme in (3.15) heraus und es ergibt sich schließlich:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j h) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho D \frac{\partial h}{\partial x_i} \right) \quad (3.17)$$

Mit der Annahme gleicher Diffusionskoeffizienten ergibt sich bereits, dass sich die Transportgleichungen der Elemente nicht mehr voneinander unterscheiden. Mit den obigen Ableitungen unterscheidet sich auch die Enthalpie nur noch durch die unterschiedlichen Randbedingungen von den Elementmassenbrüchen. Bei geeigneter Wahl von Referenzgrößen zur Entdimensionierung der Elementmassenbrüche sowie der Enthalpie verschwinden auch diese Unterschiede. Zur Entdimensionierung benutzt man die Werte der Größe, welche im Falle reinen Brennstoffes sowie reinen Oxidators vorliegen:

$$y_\alpha^* = \frac{y_\alpha - y_{\alpha, Ox}}{y_{\alpha, Br} - y_{\alpha, Ox}}, \quad h^* = \frac{h - h_{Ox}}{h_{Br} - h_{Ox}}, \quad (3.18)$$

Das System der skalaren Gleichungen reduziert sich schließlich zu einer Transportgleichung für den Mischungsgrad $f = y_\alpha^* = h^*$:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho f) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j f) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho D \frac{\partial f}{\partial x_j} \right) \quad (3.19)$$

Der Diffusionskoeffizient D wird im Rahmen dieser Arbeit über die *Schmidt-Zahl* $\sigma = 0.7$ und die laminare Viskosität bestimmt:

$$D = \frac{\nu}{\sigma} \quad (3.20)$$

Mit der Gleichung für den Mischungsgrad ist es nun möglich, den Mischungszustand des Zweistoffsystems eindeutig zu beschreiben. Es verbleibt noch die Bestimmung des chemischen Zustandes des Fluides. Durch geeignete Modellbildung können Spezieskonzentrationen sowie weitere skalare Größen wie die Dichte und die Viskosität dabei als Funktion von nur wenigen Parametern bestimmt werden. Dieser funktionale Zusammenhang wird durch ein Verbrennungsmodell beschrieben. Die für diese Arbeit relevanten Modelle sowie die zugrundeliegenden Annahmen werden im nächsten Abschnitt erläutert.

3.5 Verbrennungsmodellierung

Im Kontext der Modellierung nicht-vorgemischter Verbrennung ist es häufig gerechtfertigt, die Reaktion als unendlich schnell im Vergleich zu anderen Transportprozessen zu betrachten. Dies geht einher mit einer unendlich großen *Damköhlerzahl* ($Da = t_{fluid}/t_{chem} \rightarrow \infty$), man spricht von der „gemischt-ist-gleich-verbrannt“-Annahme.

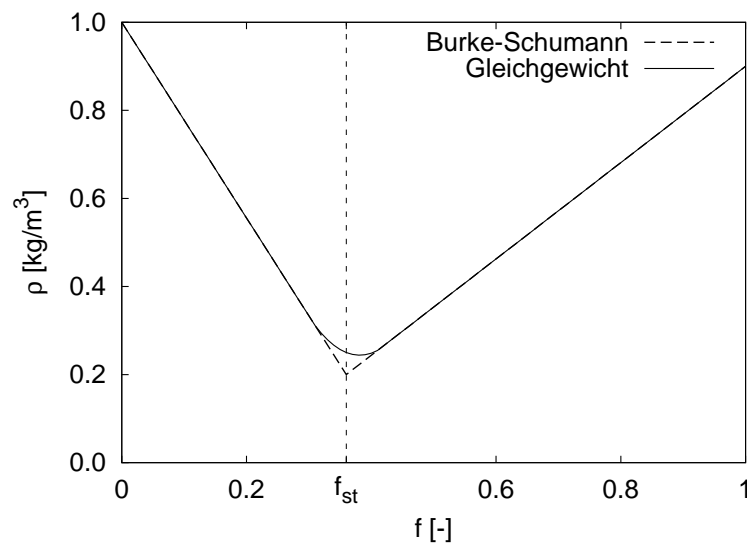


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung des Verlaufes der Dichte über dem Mischungsgrad für das Burke-Schumann-Modell sowie bei Annahme von thermodynamischem Gleichgewicht. Die Werte der Dichte für reinen Oxidator ($f = 0$) sowie reinen Brennstoff ($f = 1$) wie auch der stöchiometrische Mischungsgrad sind willkürlich gewählte Werte.

Im einfachsten Fall, bekannt als *Burke-Schumann-Modell*, ist der chemische Zustand des Systems nur durch den Mischungsgrad bestimmt, bei stöchiometrischer Mischung wird sich eine besonders niedrige Dichte einstellen. Aus Sicht der Reaktionskinetik bedeutet dies, dass nur eine Brutto-Reaktionsgleichung betrachtet wird, und somit nur die Edukte und die Produkte existieren. Es ergibt sich ein linearer Zusammenhang zwischen dem Mischungsgrad und den abhängigen Größen.

Alternativ kann bei Annahme einer unendlich schnellen Reaktion davon ausgegangen werden, dass das System sofort im chemischen Gleichgewicht ist. Über thermodynamische Beziehungen kann dann der funktionale Zusammenhang zwischen den abhängigen Größen und dem Mischungsgrad hergestellt werden. Es ist nun in Ansätzen möglich, auch *intermediäre* Spezies abzubilden. Im Unterschied zum Burke-Schumann-Modell ergeben sich stetig differenzierbare Zusammenhänge, der Mischungsgrad ist aber weiterhin der einzige Parameter. In Abbildung 3.2 sind beispielhafte Profile der Dichte für diese beiden Modelle über dem Mischungsgrad dargestellt. Eine höherwertige Modellierungsstrategie beruht darauf, den chemischen Zustand des Gemisches durch wenige, bestimmende Variablen zu beschreiben und diese funktionalen Zusammenhänge zu tabellieren. Auf diese chemischen Datenbanken kann dann während der Durchführung der Simulation zugegriffen werden. Vorteilhaft wirkt sich dabei aus, dass zur Erstellung der Datenbanken detaillierte Reaktionsmechanismen verwendet werden können. Besonders verbreitet sind in diesem Zusammenhang die *Flamelet*-Konzepte, siehe Abschnitt 3.5.1 In der jüngeren Vergangenheit konnten mit solchen Konzepten sehr unterschiedliche Konfiguration wie beispielsweise Freistrahlfammen [KEMPF et al. 2005] oder durch Rezirkulation hinter einem Staukörper stabilisierte Flammen [OLBRICHT et al. 2008] erfolgreich berechnet werden.

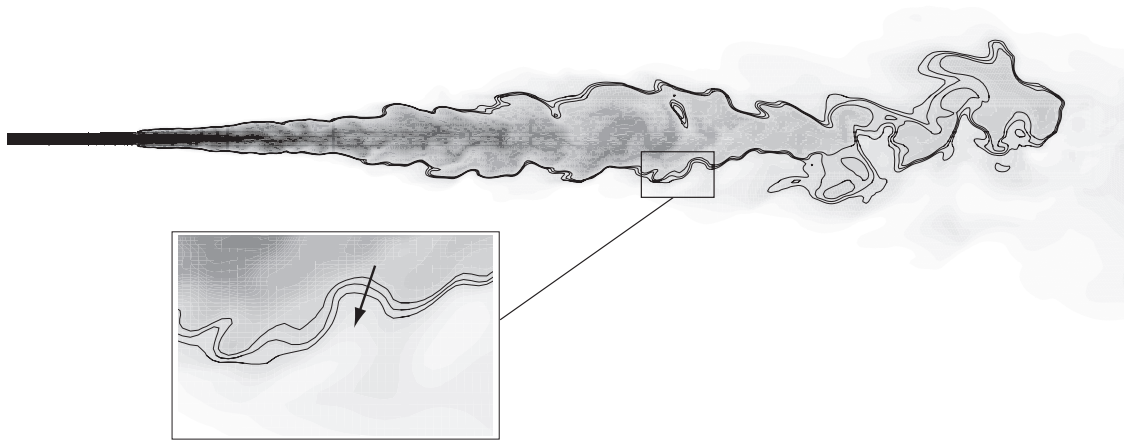


Abbildung 3.3: Zur Definition einer Flammennormalenrichtung für nicht-vorgemischte Systeme. Dargestellt ist das instantane Mischungsgradfeld einer nicht-vorgemischten Freistrahlf Flamme zusammen mit drei Isolinien, die mittlere entspricht der stöchiometrischen Mischung, während die äußere Isolinie mit einer unterstöchiometrischen Mischung sowie die innere Isolinie mit einer überstöchiometrischen Mischung korrespondieren.

Alle Verbrennungssimulationen, die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurden, basieren auf Flamelet-Konzepten. Der Mischungsgrad bleibt weiterhin eine maßgebliche Größe, abhängig von dem verwendeten Verbrennungsmodell finden weitere skalare Größen Eingang in die Bestimmung des chemischen Zustandes.

3.5.1 Das Steady-Flamelet-Modell

Die Idee der *Steady-Flamelet*-Modellierung entstand durch die Arbeiten von Williams [WILLIAMS 1975] und Peters [PETERS 1986] und beruht darauf, die turbulente Flamme als ein Ensemble von laminaren Flammen zu betrachten. Die das Ensemble beschreibenden laminaren Flammen werden als *Flamelets* bezeichnet.

Bei Annahme von schnellen chemischen Reaktionen im Vergleich zu Mischungszeitskalen entstehen dünne Reaktionszonen, d.h. die Reaktion findet hauptsächlich in einem schmalen Bereich um die stöchiometrische Isolinie des Mischungsgradfeldes statt, welche als repräsentativ für die Flammenfront betrachtet werden kann. Damit kann auch eine Flammennormalenrichtung festgelegt werden, diese steht senkrecht auf den Isolinien des Mischungsgradfeldes (siehe Abbildung 3.3). Es ist nun möglich, die allgemeine Spezies-transportgleichung (Gleichung 2.8) durch eine Transformation in flammenangepassten Koordinaten [PETERS 1986] f_1, f_2, f_3 zu formulieren. Eine dieser Richtungen entspricht dann dem Mischungsgrad. Mit der Beschränkung auf dünne Reaktionszonen geht einher,

dass alle Terme, in denen keine zweiten Ableitungen in Richtung der Flammennormale enthalten sind, vernachlässigt werden können, da die zweiten Ableitungen in Flammennormalenrichtung dominieren. Mit der Vernachlässigung des Zeitterms in der transformierten Speziestransportgleichung entsteht schließlich die *Steady-Flamelet*-Gleichung:

$$\frac{\rho\chi}{2} \frac{\partial^2 x_\alpha}{\partial f^2} = \omega_\alpha \quad (3.21)$$

Es ist ersichtlich, dass die Spezieskonzentrationen (und weitere skalare Größen wie die Dichte) neben dem Mischungsgrad durch einen zusätzlichen Parameter bestimmt sind. Dieser wird als *skalare Dissipationsrate* χ bezeichnet:

$$\chi = 2D \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \quad (3.22)$$

Die skalare Dissipationsrate kann interpretiert werden als ein inverses Maß für die Mischungszeit. Bei sehr großen skalaren Dissipationsraten ist die Mischungszeit sehr klein, mit der Folge, dass die Flamme dünner wird und bei zu großen Dissipationsraten schließlich verlöscht. Mit steigender skalarer Dissipationsrate entfernt sich der chemische Zustand immer stärker vom chemischen Gleichgewicht. Im Gegensatz dazu wird bei verschwindender skalarer Dissipationsrate die Flamme unendlich dick, dieser Zustand entspricht dem chemischen Gleichgewicht. Da bei unendlich dicker Flamme die Transformation in ein Flammenkoordinatensystem nicht mehr gültig ist, kann der Gleichgewichtszustand nicht beschrieben werden. Er kann als Grenzfall des Steady-Flamelet-Modells angesehen werden.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird für die Berechnung eindimensionaler, laminarer Flammen und damit die Erstellung der chemischen Datenbanken das Programmpaket CHEM1D [CHEM1D 2010] benutzt. Für diese Arbeit diente als Grundlage der GRI-Reaktionsmechanismus [SMITH et al. 1999], welcher in der Version 3.0 aus 325 Reaktionen mit 53 dazugehörigen Spezies besteht.

Anstatt die vorgestellte *Flamelet*-Gleichung zu lösen, wird in CHEM1D alternativ eine laminare, nicht-vorgemischte Gegenstrom-Konfiguration berechnet, welche aus zwei einander entgegen gerichteten Düsen besteht, durch welche Brennstoff bzw. Oxidator einströmen. Eine solche Konfiguration ist in Abbildung 3.4 dargestellt. Eine besondere Eigenschaft dieser Konfiguration ist die Möglichkeit, die physikalischen Größen entlang der Staupunktstromlinie durch eindimensionale Beziehungen beschreiben zu können [WARNATZ et al. 2001]. Es ist also möglich, eine solche Konfiguration mit einem eindimensionalen Löser wie CHEM1D zu berechnen. Als Brennstoff und Oxidator werden dabei die Stoffe verwendet, welche auch in der zu berechnenden dreidimensionalen, turbulenten Konfiguration eingesetzt werden. Auch die Eintrittstemperaturen beider Ströme müssen mit den Eintrittsbedingungen des turbulenten Falles übereinstimmen. Die Koordinate entlang der Staupunktlinie kann schließlich mit dem Mischungsgrad identifiziert werden.

Im Rahmen einer Verbrennungsmodellierung durch eine Flamelet-Gleichung können Effekte von Flammenstreckung durch die skalare Dissipationsrate beschrieben werden. Diese

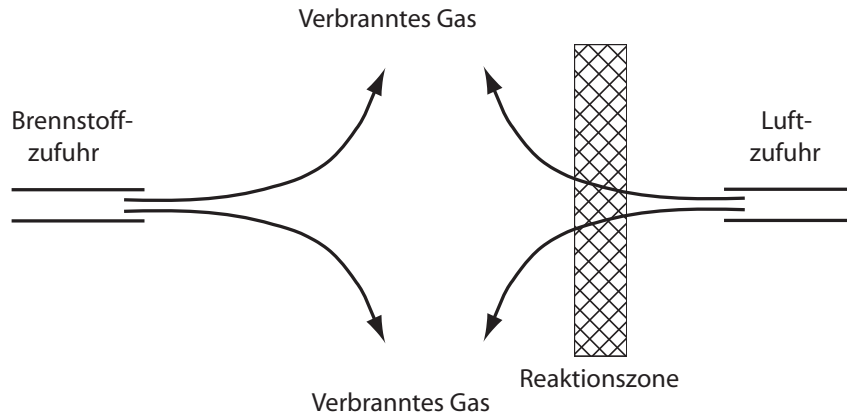


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung einer Gegenstromkonfiguration. Im vorliegenden Fall wird ein nicht-vorgemischtes, laminares System betrachtet.

Effekte können auch mit der beschriebenen Gegenstromkonfiguration abgebildet werden, dazu muss lediglich die Strömungsgeschwindigkeit am Brennstoff- bzw. Oxidatoreintritt angepasst werden. Durch die Berechnung von mehreren eindimensionalen Flammen mit unterschiedlichen Streckungsraten und sich daraus ergebenden unterschiedlichen skalaren Dissipationsraten kann so eine Parametrisierung der skalaren Dissipationsrate erfolgen. Der chemische Zustand ist konsistent zur Flamelet-Gleichung durch den Mischungsgrad und die skalare Dissipationsrate bestimmt:

$$\varphi = \varphi(f, \chi) \quad (3.23)$$

Mit φ ist dabei ein abhängiger Skalar wie die Dichte, die Temperatur oder eine Spezieskonzentration bezeichnet. Um einen Eindruck des Einflusses unterschiedlicher Streckungsraten auf die chemische Reaktion zu geben, sind in Abbildung 3.5 Temperaturprofile der beschriebenen Gegenstromkonfiguration für verschiedene Streckungsraten dargestellt. Mit dem vorgestellten Steady-Flamelet-Modell ist es trotz der sehr starken Reduktion der Beschreibung chemischer Vorgänge möglich, turbulente, dreidimensionale Flammen gut vorherzusagen. Der Gültigkeitsbereich des Modells ist dennoch eingeschränkt, Effekte endlich schneller Chemie, wie sie beispielsweise in abgehoben brennenden, nicht-vorgemischten Flammen beobachtet werden, sind mit dem Steady-Flamelet-Modell nicht beschreibbar.

Dies liegt daran, dass bei solchen Flammen ein bereits brennfähiges Gemisch vorliegt, aufgrund von lokal hohen Strömungsgeschwindigkeiten (größer als die Flammenausbreitungsgeschwindigkeit) ist es jedoch für die Flamme nicht möglich, vollständig durch diese Gebiete zu propagieren. In Bereichen von brennfähigen Gemischen würde das Steady-Flamelet-Modell jedoch immer eine brennende Lösung vorhersagen. Die Abbildung von reiner Mischung ist im Steady-Flamelet Zustandsraum nicht enthalten, lediglich im Kontext der Grobstruktursimulation und der Berücksichtigung von Chemie-Turbulenz-Interaktion können durch eine unzureichende Mischung im Bereich der Feinstruktur solche nicht brennenden Zustände entstehen (vgl. Abschnitt 3.5.3). Um Effekte endlich schneller Chemie beschreiben zu können, existieren andere, auch auf Flamelet-Konzepten basierende Ansätze. Im nächsten Abschnitt wird eine in dieser Arbeit verwendete Methodik erläutert.

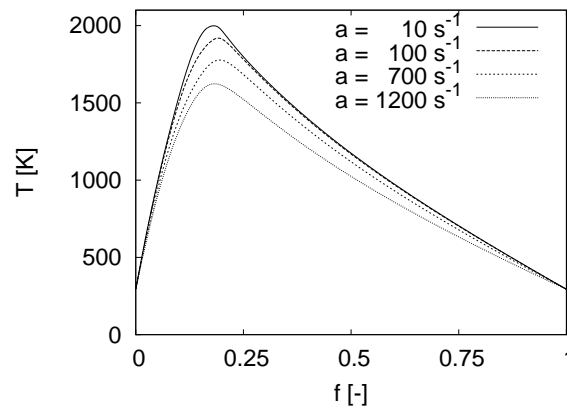


Abbildung 3.5: Einfluss der Streckung auf die Temperaturprofile in einer nicht-vorgemischten, laminaren Flamme. Zugrunde liegt ein $\text{CH}_4/\text{H}_2/\text{N}_2$ -Gemisch als Brennstoff sowie Luft als Oxidator bei 300 K.

3.5.2 Flamelet Generated Manifolds

Die bisher vorgestellten Ansätze zur Beschreibung des chemischen Zustandes beruhen alle auf der Annahme unendlich schneller chemischer Reaktionen. In technischen Verbrennungssystemen ist diese Annahme jedoch nicht immer gerechtfertigt. In allen Fällen, in denen die Zeitskalen der Strömung bzw. Mischung in ihrer Größenordnung vergleichbar mit chemischen Zeitskalen sind, ist ein großer Einfluss der Reaktionsgeschwindigkeit zu beobachten. Als Beispiel hierfür wurden bereits abgehoben brennende, global nicht-vorgemischte Flammen genannt.

Im Rahmen von Flamelet-Konzepten wurden von [GICQUEL et al. 2000] und [VAN OIJEN und DE GOEY 2000] Strategien vorgeschlagen, welche kinetische Effekte berücksichtigen. Dies geschieht mit der Einführung einer zusätzlichen Transportgleichung für eine Reaktionsfortschrittsvariable \mathcal{Y} . Diese beschreibt den zeitlichen Fortschritt der chemischen Reaktion, im noch unverbrannten Gemisch gilt $\mathcal{Y} = 0$ während im verbrannten Gemisch nach der Flammenfront $\mathcal{Y} = \mathcal{Y}_{max}$ gilt, die Fortschrittsvariable also ihren Maximalwert erreicht hat. Eine Gemeinsamkeit mit dem Steady-Flamelet-Modell besteht darin, die dreidimensionale Flamme weiterhin als Ensemble von eindimensionalen, laminaren Flammen zu betrachten. Aus den eindimensionalen Flamelets wird mit der noch zu spezifizierenden Fortschrittsvariable sowie dem Mischungsgrad ein Zustandsraum bzw. eine Mannigfaltigkeit (engl. *Manifold*) aufgespannt. Der Ansatz wird daher bezeichnet als *Flamelet Generated Manifold* oder kurz FGM.

Der chemische Zustand des Fluids wird somit im Rahmen der in dieser Arbeit verwendeten FGM-Methodik als Funktion von zwei transportierten Größen, dem Mischungsgrad und der Fortschrittsvariablen berechnet, die Gleichung der Fortschrittsvariable weist dabei einen Quellterm auf. Durch die Beschreibung mit einer Fortschrittsvariablen ist es möglich, dass Zustände reiner Mischung in den Zustandsraum gelangen, diese ergeben sich für eine Fortschrittsvariable $\mathcal{Y} = 0$.

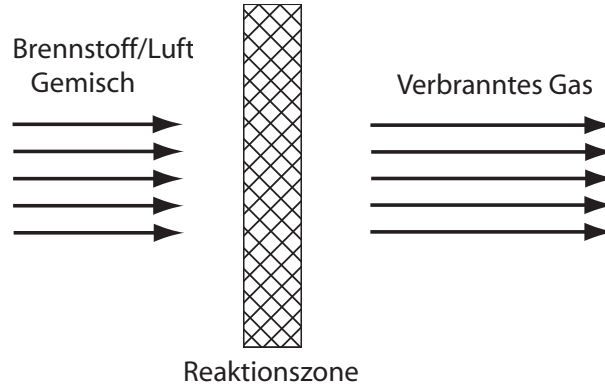


Abbildung 3.6: Schematische Darstellung einer vorgemischten, laminaren Flachflamme. Diese dient als Basiskonfiguration zur Berechnung eindimensionaler, vorgemischter Flamelets in CHEM1D.

Wie angesprochen werden für die Erstellung der Mannigfaltigkeit eindimensionale Flamelets berechnet, dies geschieht wiederum mit dem Simulationsprogramm CHEM1D. Je nach Ansatz können zur Generierung der Mannigfaltigkeit vorgemischte oder nicht-vorgemischte Flamelets berechnet werden. Auf der Basis von nicht-vorgemischten Flamelets führen beispielsweise [PIERCE und MOIN 2004] und [PITSCH und IHME 2005] Grobstruktursimulationen durch. Aufbauend auf vorgemischten Flamelets werden technische Verbrennungssysteme u.a. durch [DOMINGO et al. 2008] berechnet. Dieses Verfahren wurde auch für die vorliegende Arbeit eingesetzt. Der Mischungsgrad ist für ein vorgemischtes Flamelet konstant, es wird eine frei brennende, laminare Flachflamme berechnet, siehe Abbildung 3.6. Wie auch beim Steady-Flamelet-Modell müssen dabei die Eigenschaften von Brennstoff und Oxidator mit denen der dreidimensionalen Konfiguration übereinstimmen. Da man mit CHEM1D nur Lösungen innerhalb des brennbaren Bereiches berechnen kann, muss für die Vervollständigung des Zustandsraumes in Bezug auf den Mischungsgrad eine Extrapolation der abhängigen Größen außerhalb der Zündgrenzen hin zu reinem Brennstoff bzw. Oxidator gemacht werden. Für diese Extrapolation sind verschiedene Ansätze von [KETELHEUN et al. 2009] vorgeschlagen worden, darauf wird hier nicht näher eingegangen. Es verbleibt zur Festlegung der Mannigfaltigkeit noch die Definition der Fortschrittsvariable. Um den Reaktionsfortschritt über die Flamme eindeutig beschreiben zu können, muss dieser über die Flammenfront monoton ansteigen. Wie eingangs beschrieben, sind die Werte im unverbrannten Gemisch bzw. hinter der Flamme durch $\mathcal{Y} = 0$ und $\mathcal{Y} = \mathcal{Y}_{max}$ bereits festgelegt. Als Fortschrittsvariable kann nach [VAN OIJEN 2002] eine Kombination aus mehreren Spezies mit einer Gewichtung über die jeweilige Molmasse M verwendet werden:

$$\mathcal{Y} = \frac{\text{CO}_2}{M_{\text{CO}_2}} + \frac{\text{H}_2\text{O}}{M_{\text{H}_2\text{O}}} + \dots \quad (3.24)$$

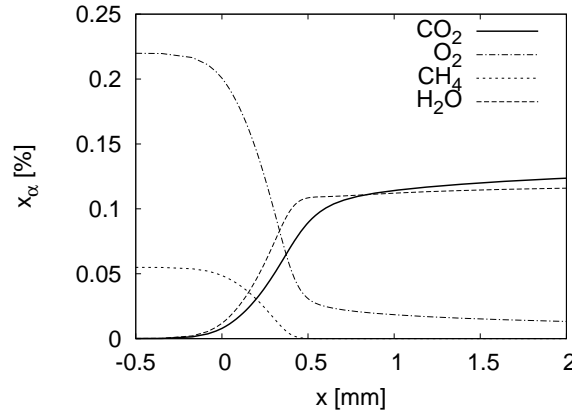


Abbildung 3.7: Typischer Verlauf von Speziesmassenbrüchen x_α mit $\alpha = \text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}, \text{O}_2, \text{CH}_4$ über die Flammenfront. Zugrunde liegt ein stöchiometrisches Methan/Luft-Gemisch. Die dicke Linie hebt den Verlauf des CO_2 -Massenbruchs hervor, welcher die Fortschrittsvariable repräsentiert.

Im Rahmen dieser Arbeit wird wie in Vorgängerarbeiten [KETELHEUN et al. 2009, HAHN 2009, OLBRICHT 2009] die folgende Form verwendet:

$$\mathcal{Y} = \frac{CO_2}{M_{CO_2}} \quad (3.25)$$

Die Molmasse von CO_2 beträgt dabei $M_{CO_2} = 44 \text{ g/mol}$. Somit repräsentiert die typische Produktspezies CO_2 den chemischen Reaktionsfortschritt. Ein typischer Verlauf der Spezies CO_2 über die Flammenfront ist in Abbildung 3.7 dargestellt. Die Bestimmung der Mannigfaltigkeit ist nun vollständig möglich, es ergeben sich Zusammenhänge der Form

$$\varphi = \varphi(f, \mathcal{Y}) \quad (3.26)$$

Diese funktionalen Zusammenhänge werden analog zum Steady-Flamelet-Modell tabelliert und im Rahmen der dreidimensionalen Simulation benutzt. Eine der Größen, die in der Chemietabelle hinterlegt werden, ist dabei der Quellterm der Fortschrittsvariable. Wie zu Beginn dieses Abschnittes erwähnt, ergibt sich die Reaktionsfortschrittsvariable aus einer Transportgleichung. Diese ist gegeben durch

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathcal{Y}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \mathcal{Y}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho D \frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial x_j} \right) + S_{\mathcal{Y}} \quad (3.27)$$

Der Diffusionskoeffizient ergibt sich analog zur Transportgleichung für den Mischungsgrad zu $D = \nu/\sigma$. Mit der beschriebenen FGM-Methodik wurden erfolgreiche Simulationen von turbulenten Verbrennungssystemen durchgeführt [HAHN 2009, OLBRICHT 2009].

3.5.3 Chemie-Turbulenz-Interaktion

In den bisherigen Betrachtungen zur Modellierung turbulenter, nicht-vorgemischter Verbrennung wurde noch nicht berücksichtigt, dass im Rahmen der Grobstruktursimulation nur der gefilterte Mischungsgrad, bzw. die gefilterte Reaktionsfortschrittsvariable zur Verfügung stehen, diese stellen hier räumliche Mittelwerte dar. Die sich daraus ergebenden

Konsequenzen werden im Folgenden adressiert. Zunächst wird auf die Besonderheiten bei der Filterung des Mischungsgrades eingegangen, im Anschluss auf die Fortschrittsvariable.

Gefilterter Mischungsgrad

Die in Abschnitt 2.4 beschriebene Filterung der Navier-Stokesschen Gleichungen muss für eine konsistente Beschreibung auch auf transportierte skalare Größen wie den Mischungsgrad angewendet werden. Die gefilterte Mischungsgradgleichung ergibt sich zu

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\tilde{f}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j\tilde{f}) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\bar{\rho}D\frac{\partial\tilde{f}}{\partial x_j}\right) - \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}J_j^{sgs}) \quad (3.28)$$

Der ungeschlossene Term $J_j^{sgs} = \widetilde{u_j f} - \tilde{u}_j \tilde{f}$ wird mit einem Gradientenflussansatz modelliert:

$$J_j^{sgs} = -D_t \frac{\partial\tilde{f}}{\partial x_j} \quad (3.29)$$

Hierin ist D_t ein turbulenter Diffusionskoeffizient. Analog zum laminaren Diffusionskoeffizienten (siehe Gleichung 3.20) wird für den turbulenten Diffusionskoeffizient ein Ansatz der Form

$$D_t = \frac{\nu_t}{\sigma_t} \quad (3.30)$$

gemacht. Für die turbulente Schmidt-Zahl σ_t wurden in dieser Arbeit Werte von 0.45 und 0.7 verwendet.

Da die abhängigen Skalare sind im Kontext der Verbrennung in der Regel eine nichtlineare Funktion des Mischungsgrades sind, können diese nicht direkt aus dem gefilterten Mischungsgradfeld bestimmt werden:

$$\widetilde{\varphi(f)} \neq \varphi(\tilde{f}) \quad (3.31)$$

Daher werden für diese Arbeit die abhängigen Größen durch die Integration des Mischungsgrades über eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion \mathcal{P} (engl. Probability Density Function, kurz PDF) bestimmt. Dies ist ein sehr verbreiteter Ansatz. Im Kontext des Steady-Flamelet-Modells sind dabei der Mischungsgrad und die skalare Dissipationsrate die bestimmenden Größen, daher muss eine Verbundwahrscheinlichkeitsdichtefunktion betrachtet werden. Damit ergibt sich der chemische Zustand wie folgt:

$$\widetilde{\varphi(f, \chi)} = \int \varphi(f, \chi) \mathcal{P}(f, \chi) df d\chi \quad (3.32)$$

Nimmt man statistische Unabhängigkeit von Mischungsgrad f und skalarer Dissipationsrate χ an, so kann die Verbundwahrscheinlichkeitsdichtefunktion durch zwei voneinander unabhängige Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen ausgedrückt werden:

$$\mathcal{P}(f, \chi) = \mathcal{P}(f)\mathcal{P}(\chi) \quad (3.33)$$

Durch Vorannahme einer Form für die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ist es möglich, die Integration bereits im Vorfeld der eigentlichen Simulation durchzuführen und

in den Prozess der Tabellierung der chemischen Beziehungen aufzunehmen. Für den Mischungsgrad hat sich die Verwendung einer β -PDF bewährt [JANICKA und SADIKI 2005]. Diese ist neben dem Mischungsgrad als Integrationsvariable vom gefilterten Wert des Mischungsgrades sowie von der Feinstrukturvarianz des Mischungsgrades $\widetilde{f''^2}$ abhängig, $\mathcal{P}(f) = \beta(f; \tilde{f}, \widetilde{f''^2})$. Für die skalare Dissipationsrate wird eine einfache Diracfunktion angenommen ($P(\chi) = \delta(\chi; \tilde{\chi})$) so dass sich der chemische Zustand nach der Integration aus dem gefilterten Mischungsgrad, der Feinstrukturvarianz des Mischungsgrades, sowie der gefilterten skalaren Dissipationsrate ergibt:

$$\widetilde{\varphi(f, \chi)} = \varphi(\tilde{f}, \widetilde{f''^2}, \tilde{\chi}) \quad (3.34)$$

Hierin sind die Feinstrukturvarianz des Mischungsgrades sowie die gefilterte skalare Dissipationsrate unbekannt und müssen entsprechend modelliert werden. Hierfür existieren verschiedene Ansätze. In FLOWSI ist ein Vorschlag von [FORKEL 1999] implementiert, bei welchem die Feinstrukturvarianz in einer Gitterzelle bestimmt wird, indem ein Testfilter verwendet wird, welcher bereits aus der Germano-Prozedur bekannt ist (vgl. Abschnitt 2.4.2). Mit der Testfilterung des Mischungsgradfeldes kann man aus dem nur einfach gefilterten Mischungsgrad die Varianz für das testgefilterte Gebiet bestimmen, diese wird dann als Maß für die Varianz innerhalb der Feinstruktur angesehen. Die Methode ist also verwandt mit Ansätzen, welche auf der Ähnlichkeit von Skalen beruhen, (siehe beispielsweise [COOK und RILEY 1994]). In FASTEST wird ein Vorschlag von [BRANLEY und JONES 2001] umgesetzt, nach dem die Feinstrukturvarianz durch den Gradienten des gefilterten Mischungsgradfeldes bestimmt wird:

$$\widetilde{f''^2} = C \frac{\partial \tilde{f}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial x_j} \quad (3.35)$$

Die Modellkonstante wird für alle Berechnungen in dieser Arbeit zu $C = 0.15$ gesetzt.

Es verbleibt noch die Bestimmung der gefilterten, skalaren Dissipationsrate. Hierfür wird sowohl in FLOWSI als auch in FASTEST ein Ansatz von [COOK und RILEY 1998] verwendet. Es wird dabei Gebrauch gemacht von einem turbulenten Diffusionskoeffizienten, welcher bei der Modellierung turbulenter Skalarflüsse bereits verwendet wurde (siehe Beginn dieses Abschnittes)

$$\tilde{\chi} = 2 \left(\frac{\nu}{\sigma} + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial \tilde{f}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial x_j} \quad (3.36)$$

Gefilterte Reaktionsfortschrittsvariable

Analog zu der Transportgleichung für den gefilterten Mischungsgrad wird für die gefilterte Fortschrittsvariable ein Gradientenflussansatz (siehe Gleichung 3.29) gemacht. Damit ergibt sich die Transportgleichung für die gefilterte Reaktionsfortschrittsvariable wie folgt:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} \tilde{\mathcal{Y}}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{\mathcal{Y}}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\rho} (D + D_t) \frac{\partial \tilde{\mathcal{Y}}}{\partial x_j} \right) + S_Y \quad (3.37)$$

Im Kontext der FGM-Modellierung müssen die abhängigen Größen durch die Integration über eine Verbundwahrscheinlichkeitsdichtefunktion von Mischungsgrad und Fortschrittsvariable bestimmt werden. Auch hier kann zunächst die vereinfachende Annahme einer statistischen Unabhängigkeit von Mischungsgrad und Fortschrittsvariable getroffen werden [JANICKA und KOLLMANN 1978]:

$$\mathcal{P}(f, \mathcal{Y}) = \mathcal{P}(f)\mathcal{P}(\mathcal{Y}) \quad (3.38)$$

Für den Mischungsgrad wird wie bisher eine β -PDF angenommen, während für die Fortschrittsvariable eine Dirac-Funktion verwendet wird $\mathcal{P}(\mathcal{Y}) = \delta(\mathcal{Y}, \tilde{\mathcal{Y}})$. Mit diesem Ansatz wurden von Olbricht et al. [OLBRICHT 2009] turbulente Verbrennungssysteme berechnet.

Die Annahme statistischer Unabhängigkeit von Mischungsgrad und Fortschrittsvariable ist jedoch nicht immer geeignet, da häufig starke Korrelationen zwischen Mischungsgrad und Fortschrittsvariable bestehen [LANDENFELD et al. 2002]. Die statistische Abhängigkeit beider Größen kann nach [LANDENFELD et al. 2002] reduziert werden, wenn anstatt der Fortschrittsvariable \mathcal{Y} eine auf den jeweiligen Gleichgewichtswert normierte Fortschrittsvariable $\mathcal{Y}' = \mathcal{Y}/\mathcal{Y}_{eq}$ verwendet wird. Damit ergeben sich die abhängigen Größen wie folgt:

$$\widetilde{\varphi(f, \mathcal{Y}')} = \varphi(\tilde{f}, \tilde{f}''^2, \tilde{\mathcal{Y}}') \quad (3.39)$$

Es ist abschließend noch der gefilterte Werte der normierten Fortschrittsvariable \mathcal{Y}' zu bestimmen. Mit der Vernachlässigung unbekannter Korrelationen kann man die normierte, gefilterte Reaktionsfortschrittsvariable durch

$$\tilde{\mathcal{Y}}' = \tilde{\mathcal{Y}} \left(\frac{1}{\mathcal{Y}_{eq}} \right) \approx \tilde{\mathcal{Y}}/\tilde{\mathcal{Y}}_{eq} \quad (3.40)$$

berechnen. Während die gefilterte Fortschrittsvariable $\tilde{\mathcal{Y}}$ als transportierte Größe bereits zur Verfügung steht, müssen noch die gefilterten Gleichgewichtswerte $\frac{1}{\mathcal{Y}_{eq}}$ bestimmt werden. Da diese Gleichgewichtswerte vom Mischungszustand abhängig sind $\mathcal{Y}_{eq} = \mathcal{Y}_{eq}(f)$, wird für die Bestimmung der gefilterten Gleichgewichtswerte konsistent zum Mischungsgrad eine β -PDF als Verteilungsfunktion angenommen. Detaillierte Betrachtungen zum Einfluss der Filterung im Kontext der FGM-Modellierung finden sich in [OLBRICHT 2009] und [HAHN 2009].

Eine Alternative zur Festlegung der Form der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion durch die Formvorannahme durch bestimmte Funktionen stellt die Herleitung einer Transportgleichung für die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von skalaren Größen dar [POPE 1985]. Diese Methode ist aus der Sicht der Modellierung als höherwertige Modellierungsstrategie einzustufen, da keine einschränkenden Annahmen bezüglich der Form der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion gemacht werden müssen. Sie ist andererseits mit einem hohen numerischen Aufwand verbunden. Im Kontext der Grobstruktursimulation wurde die Leistungsfähigkeit von Methoden mit transportierter PDF beispielsweise anhand einer turbulenten, pilotierten Freistrahlfamme von [KÜHNE et al. 2007] sowie anhand einer isothermen Mischungskonfiguration von [OLBRICHT et al. 2007] demonstriert.

Kapitel 4

Akustik

In diesem Kapitel werden die akustischen Gleichungen hergeleitet, die für diese Arbeit von Relevanz sind, die Grundgleichungen aus Kapitel 2 bilden dabei die Basis. Zunächst werden akustische Variablen anhand einer Separation von Skalen definiert. Im Anschluss werden Wellengleichungen zur theoretischen Beschreibung von Verbrennungslärm präsentiert, die einfachste Möglichkeit stellt dabei eine Fernfeld-Beschreibungsweise dar. Hier-nach werden die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten linearisierten Euler-Gleichungen vorgestellt, ein besonderes Augenmerk liegt auf der Beschreibung von Verbrennungslärm durch vereinfachte thermoakustische Quellterme. Zum Abschluss wird auf das Phänomen der thermoakustischen Instabilität eingegangen.

Die Entstehung von Schall in reagierenden Fluiden ist immer verknüpft mit Instationaritäten. Diese können unterschiedliche physikalische Ursachen haben, in einer turbulenten Strömung wird es durch Wirbel immer lokale Schwankungen des Druck- bzw. Geschwindigkeitsfeldes geben, diese Störungen breiten sich dann mit einer charakteristischen Geschwindigkeit, der Schallgeschwindigkeit, aus. In analoger Weise erzeugt ein turbulenter Verbrennungsprozess lokale Schwankungen der Freisetzung von Wärme und damit der Dichte, auch diese Störungen breiten sich aus. Um solche Vorgänge beschreiben zu können, werden mathematische Beziehungen benötigt, welche die Entstehung von Schall abbilden, sowie die Propagation der akustischen Wellen beschreiben.

4.1 Separation der Skalen

Die Ausbreitung von akustischen Wellen in gasförmigen Fluiden stellt aus einer mathematischen Sichtweise eine Fluktuation der beschreibenden Variablen dar, diese Fluktuation ist dabei klein gegenüber typischen hydrodynamischen Größen. Die durch akustische Wellen bedingte Druckschwankung liegt in der Größenordnung von $10^1 Pa$, während der hydrodynamische Druck bei Normalbedingungen $101.325 Pa$ beträgt. Die Dichte sowie die Geschwindigkeitskomponenten und der Druck können nun in einen strömungsmechanischen Anteil ($\bar{\cdot}$) und einen akustischen Anteil (\cdot') aufgespalten werden:

$$\rho = \bar{\rho} + \rho' \quad (4.1)$$

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (4.2)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (4.3)$$

Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass die akustisch bedingten Schwankungen sehr viel kleiner als die strömungsmechanischen Anteile sind, ergibt es sich, die Schallausbrei-

tung als linear zu betrachten.

$$\rho' \ll \bar{\rho}, \quad u'_i \ll \bar{u}_i, \quad p' \ll \bar{p} \quad (4.4)$$

Dies ermöglicht es, lineare mathematische Beziehungen für die akustischen Größen herzuleiten. Je nach Ansatz kann der strömungsmechanische Anteil als stationär bzw. instationär angenommen werden, für alle Herleitungen im Rahmen dieser Arbeit wird der strömungsmechanische Anteil als zeitlich konstant angenommen. Dieses Verfahren hat sich im Kontext der Simulation von turbulentem Strömungs- und Verbrennungslärm vielfach bewährt [BUI et al. 2007b, MÜHLBAUER et al. 2009, KLEWER et al. 2010], da man die Propagation der Schallwellen durch ein zeitlich gemittelttes Feld betrachtet, während die Beschreibung der Lärmquellen hingegen mit instationären Formulierungen erfolgen kann, wie in Abschnitt 4.3 gezeigt wird. Lediglich für sehr kleine akustische Wellenlängen ist die Instationarität der Hintergrundströmung durch die Schall-Turbulenz-Interaktion von Bedeutung. Bei der Betrachtung von thermoakustischen Instabilitäten ist dieser Effekt ebenfalls von untergeordneter Bedeutung, da bei einer thermoakustischen Instabilität in der Regel eine akustische Mode des Verbrennungssystems angeregt wird. Hier sind typische Wellenlängen durch die Geometrie des Verbrennungssystems festgelegt.

Neben den nun definierten akustischen Variablen benutzt man noch einige hilfreiche Größen, wie beispielsweise den Effektivwert des Schalldruckes

$$p'_{rms} = \left(\overline{p'^2} \right)^{1/2} \quad (4.5)$$

Hierbei bedeutet $\bar{\cdot}$ eine zeitliche Mittelung, weiterhin handelt es sich um einen rms-Wert (engl. *root mean square*). Mit der Einführung der Größe p' ist eine Definition des Schalldruckes bereits gegeben. In der Praxis zeigt sich, dass der Schalldruck einen großen Bereich von Skalen einnimmt, die Hörschwelle bei 1 kHz liegt bei $2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$, während ein in der Nähe befindliches Flugzeug mit Strahltriebwerk mit einem Schalldruck von etwa 500 Pa gespürt wird. Um diesen breiten Bereich abzudecken, wurden logarithmische Skalen für den Schalldruck definiert, sehr verbreitet ist der *Schalldruckpegel* L_p :

$$L_p = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{p'_{rms}}{p_{ref}} \right) \text{ dB} \quad (4.6)$$

Die Referenzgröße p_{ref} beträgt konsistent mit der Hörschwelle $2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$. Durch diese Definition ergibt sich bei einer Verdopplung des Effektivwertes eine Zunahme des Schalldruckes um 6.0206 dB. Gebräuchlich ist weiterhin noch die *Schallintensität* J , welche das Produkt aus dem Schalldruck p' und der *Schallschnelle* u'_i ist:

$$J_i = p' \cdot u'_i \quad (4.7)$$

Analog zum Schalldruckpegel kann damit ein *Schallintensitätspegel* definiert werden:

$$L_J = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{|J_i|}{J_0} \right) \text{ dB} \quad (4.8)$$

Die Referenzgröße J_0 beträgt 10^{-12} W/m^2 , bei einer Verdopplung des Schalldruckes und gleichbleibender Schallschnelle nimmt die Schallintensität um 3.0103 dB zu.

Die Schallgeschwindigkeit

Es wurde bereits angesprochen, dass sich Schallwellen mit einer charakteristischen Geschwindigkeit ausbreiten, in Luft unter Normalbedingungen beträgt diese $c \approx 343 \text{ m/s}$. Für ein ideales Gas lässt sich die Schallgeschwindigkeit durch eine Isentropenbeziehung berechnen. Die zugrundeliegende Annahme, dass die Propagation von Schallwellen bei konstanter Entropie geschieht, ist meist gut erfüllt aufgrund der kleinen akustischen Schwankungen sowie der Tatsache, dass die lokale Störung nur von sehr kurzer Dauer ist (kein Temperatúrausgleich mit dem umgebenden Medium). Die verwendete Isentropenbeziehung lautet

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma \quad (4.9)$$

Hierin ist γ der stoffabhängige Isentropenexponent (siehe auch Gleichung 2.18). Mit der Ableitung $\partial p / \partial \rho$ ergibt sich

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = \gamma \frac{p_0}{\rho_0} \rho^{\gamma-1} = \gamma \frac{p}{\rho} = c^2 \quad (4.10)$$

Mit dem Gesetz für ein ideales Gas (Gleichung 2.14) kann die Schallgeschwindigkeit noch geschrieben werden als

$$c^2 = \gamma R T \quad (4.11)$$

In dieser Form ist die Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit von der Temperatur ersichtlich.

4.2 Die Wellengleichung

In den beiden folgenden Abschnitten werden verschiedene Varianten der Herleitung von Wellengleichungen vorgestellt, sie unterscheiden sich fundamental durch die verwendeten Formen der Grundgleichungen. Es wird unterschieden zwischen einem homogenen akustischen Medium (räumlich konstante Schallgeschwindigkeit), sowie einem heterogenen akustischen Medium (räumlich variable Schallgeschwindigkeit).

4.2.1 Homogene akustische Medien

Um die Entstehung und Ausbreitung von akustischen Wellen zu beschreiben, existieren in der Literatur verschiedene Ansätze, die auf der Lösung von Wellengleichungen basieren. Die Bilanzsätze von Masse (Gleichung 2.1) und Impuls (Gleichung 2.2) beinhalten in diesem Kontext bereits die Entstehung und Ausbreitung von akustischen Wellen, wenn ein kompressibler Ansatz gewählt wird ($\rho = \rho(p, \dots)$). Für ein homogenes, ruhendes Medium muss eine Energiegleichung dabei nicht betrachtet werden, sie ist repräsentiert durch die Gleichung für die Schallgeschwindigkeit (Gleichung (4.10)), welche sich in ihrer einfachsten Form zu $c = c_0 = \text{const.}$ reduziert [EHRENFRIED 2004, POINSOT und VEYNANTE 2001].

Eine Wellengleichung für ein homogenes akustisches Medium lässt sich herleiten, indem die Divergenz $\partial / \partial x_j$ der Impulsgleichung gebildet wird, sowie die Kontinuitätsgleichung nach der Zeit $\partial / \partial t$ abgeleitet wird. Von dieser modifizierten Kontinuitätsgleichung wird

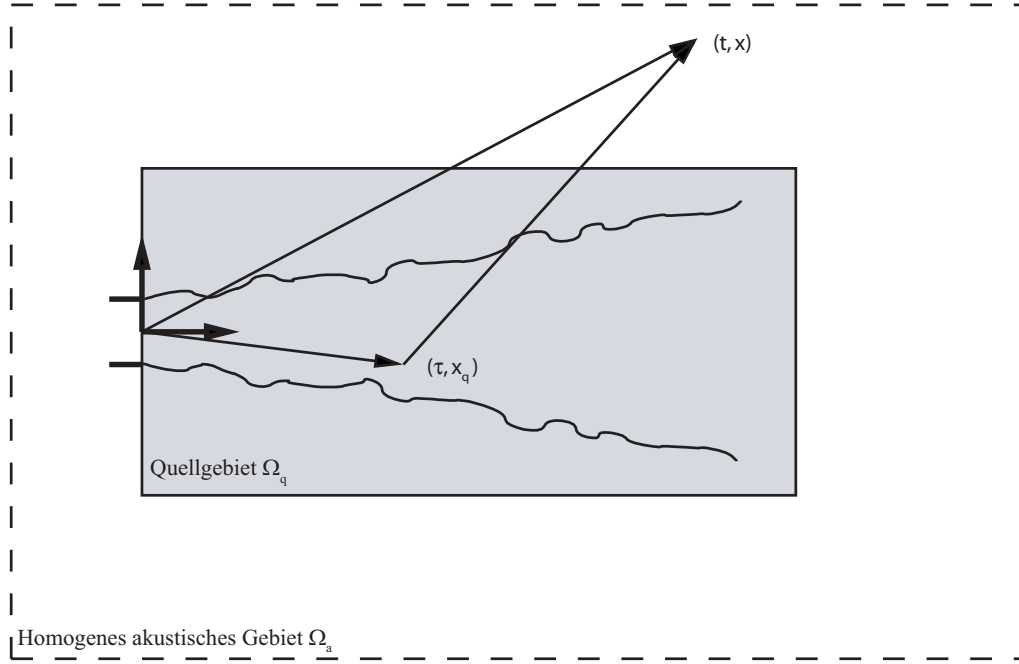


Abbildung 4.1: Aufteilung des Problemgebietes in ein Quellgebiet Ω_q und einen akustischen Fernfeld-Bereich Ω_a . Die Lösung im Fernfeld ergibt sich durch Integration über das Quellgebiet. Die Zeit τ ist dabei eine retardierte Zeit $\tau = t - \frac{|x - x_q|}{c_0}$.

die Divergenz der Impulsgleichung abgezogen. Nun wird auf beiden Seiten der Gleichung der Term $\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$ addiert. Man erhält schließlich die folgende Wellengleichung:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho u_i u_j - d_{ij}) + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{1}{c_0^2} p - \rho \right) := Q_w \quad (4.12)$$

Wie beschrieben ist c_0 eine räumlich und zeitlich konstante Schallgeschwindigkeit, die Wellengleichung in der vorgestellten Form ist daher prinzipiell geeignet, die Schallausbreitung in einem gleichförmigen Medium zu beschreiben.

Die sehr bekannte akustische Analogie nach Lighthill [LIGHTHILL 1952, LIGHTHILL 1954] beruht darauf, die Beschreibung von Strömung und Akustik durch eine gemeinsame Variable zu separieren in akustische Variablen sowie strömungsmechanische Größen. Entsprechend kann die Wellengleichung (4.12) interpretiert werden: Die turbulente Strömung wird als eine Schallquelle betrachtet, alle entsprechenden Größen sind auf der rechten Seite der Wellengleichung (4.12) zu finden. Die Ausbreitung von akustischen Wellen wird durch die linke Seite der Wellengleichung beschrieben, in hinreichendem Abstand zur Quellregion ist das akustische Medium konsistent zu Gleichung (4.12) als homogen und ruhend zu betrachten. Man spricht auch von einer Fernfeld-Betrachtungsweise, siehe Abbildung 4.1. Die beschriebene akustische Analogie kann so gedeutet werden, dass die Variablen auf der linken Seite der Wellengleichung als akustische Größen gedeutet werden. Der Druck p kann also mit dem Schalldruck p' identifiziert werden, während die Variablen auf der rechten Seite als strömungsmechanische Größen gedeutet werden. Somit unterscheiden sich die Größen auf der linken und der rechten Seite hinsichtlich ihrer

physikalischen Interpretation. Von Gleichung (4.12) kann eine analytische Lösung durch eine integrale Beziehung an einem Beobachtungspunkt x im Fernfeld angegeben werden:

$$p'(x, t) = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \iiint_{\Omega_q} Q_w \left(x_q, t - \frac{|x - x_q|}{c_0} \right) \frac{dx_q}{|x - x_q|} \quad (4.13)$$

Damit kann der Schalldruck an jedem Punkt im Fernfeld eindeutig beschrieben werden. Der Term $t - \frac{|x - x_q|}{c_0}$ bezeichnet dabei eine retardierte Zeit. Ein Schallereignis zum Zeitpunkt t am Ort x wird also verknüpft mit dem Auftreten eines Quellterms zu einem vorherigen Zeitpunkt, die Differenz der Zeiten ist durch die Laufzeit der Schallwellen vom Ursprungsort zum Beobachtungspunkt gegeben.

Die Berechnung der zu integrierenden Funktion kann dabei mit Hilfe der Grobstruktursimulation geschehen. Im Kontext der Simulation von turbulentem Verbrennungslärm wurden integrale Lösungen beispielsweise berechnet von [TRUFFAUT et al. 1998], [KLEIN und KOK 1999] und [IHME et al. 2006].

Der vorgestellte Ansatz von Lighthill ist gültig im freien, offenen Raum, es können bisher keine Berandungen im Schallfeld berücksichtigt werden. Eine Erweiterung der Lighthillschen Analogie zur Berücksichtigung fester Wände wurde von [FFOWCS WILLIAMS und HAWKINGS 1969] vorgeschlagen.

Alternative Herleitung der Wellengleichung

Mit Hilfe der Zerlegung anhand der Gleichungen (4.1)-(4.3) kann ebenfalls eine Wellengleichung hergeleitet werden. Unter Vernachlässigung viskoser Terme sowie der Annahme einer isentropen Strömung wird die Zerlegung in die entsprechenden Bilanzsätze von Masse (Gleichung (2.1)) und Impuls (Gleichung (2.4)) eingesetzt. Die Energiegleichung kann mit den getroffenen Annahmen wiederum repräsentiert werden durch die Gleichung für die Schallgeschwindigkeit (Gleichung (4.10)). Nach dem Einsetzen der Zerlegung können die modifizierten Gleichungen linearisiert werden, indem Produkte von akustischen Größen vernachlässigt werden. Die Strömungsgeschwindigkeit wird als klein gegenüber der Schallgeschwindigkeit angenommen ($Ma = \frac{U}{c} \ll 1$), weiterhin wird konsistent zur Analogie nach Lighthill ein homogenes akustisches Medium angenommen, so dass sich konvektive Terme sowie Gradienten der Strömungsgrößen herausheben. Damit ergeben sich die linearisierte Kontinuitäts- bzw. Impulsgleichung:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \bar{\rho} \frac{\partial u'_j}{\partial x_j} = 0 \quad (4.14)$$

$$\bar{\rho} \frac{\partial u'_i}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x_i} = 0 \quad (4.15)$$

Zum Schließen des Gleichungssystems fehlt nur noch eine Beziehung zwischen p' und ρ' . Diese kann aus einer Taylorreihenentwicklung mit der Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung gewonnen werden:

$$p - \bar{p} = (\rho - \bar{\rho}) \frac{\partial p}{\partial \rho}(\bar{\rho}) + \dots \quad (4.16)$$

Für die Ableitung des Druckes nach der Dichte kann Gleichung (4.10) benutzt werden, da die Eigenschaften des akustischen Mediums nach den Annahmen konstant sind ($\bar{p} = p_0, \bar{\rho} = \rho_0$), ergibt sich die Beziehung zwischen p' und ρ' zu

$$p' = \rho' c_0^2, \quad \text{mit} \quad c_0^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho}(\bar{\rho}) = \gamma \frac{p_0}{\rho_0} \quad (4.17)$$

Die Dichtefluktuation ρ' in Gleichung (4.14) kann durch Gleichung (4.17) eliminiert werden, man erhält ein Gleichungssystem für den Schalldruck und die Schallschnellen:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial p'}{\partial t} + \bar{\rho} \frac{\partial u'_j}{\partial x_j} = 0 \quad (4.18)$$

$$\bar{\rho} \frac{\partial u'_i}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x_i} = 0 \quad (4.19)$$

Entsprechend zur Analogie nach Lighthill wird die Gleichung für den Schalldruck nach der Zeit abgeleitet ($\partial/\partial t$) sowie die Divergenz $\partial/\partial x_j$ der Gleichung für die Schallschnellen gebildet und die beiden Gleichungen voneinander subtrahiert. Dies ergibt schließlich wieder die Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i \partial x_i} = 0 \quad (4.20)$$

In der vorgestellten Form beschreibt diese Wellengleichung lediglich die Propagation von akustischen Wellen, zur Anregung müssen entsprechend modellierte Quellterme auf der rechten Seite definiert werden.

4.2.2 Heterogene akustische Medien

Die Herleitung einer Wellengleichung, welche auch in einem heterogenen akustischen Medium gültig ist, beruht wiederum auf der Kombination der Bilanzsätze von Masse (Gleichung (2.1)), Impuls (Gleichung (2.3)) und Energie (Gleichung (2.19)). Die folgende Herleitung ist durch [POINSOT und VEYNANTE 2001] gegeben. Als Ausgangspunkt dient hierbei die Energiebilanz für reagierende Strömungen (2.19). Diese Gleichung wird zunächst durch $\rho C_p T$ dividiert, zusätzlich wird mit der thermischen Zustandsgleichung (Gleichung 2.14) die materielle Ableitung der Temperatur eliminiert:

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{D}{Dt} \left(\frac{p}{\rho R} \right) = \frac{1}{\rho R} \frac{Dp}{Dt} - \frac{p}{\rho R^2} \frac{DR}{Dt} - \frac{p}{\rho^2 R} \frac{D\rho}{Dt} \quad (4.21)$$

Weiterhin werden noch Zusammenhänge zwischen der Gaskonstante R und den spezifischen Wärmekapazitäten C_p und C_v ausgenutzt sowie der Isentropenexponent γ :

$$R = C_p - C_v, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (4.22)$$

Mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung wird die materielle Ableitung der Dichte eliminiert:

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \quad (4.23)$$

Nach einigen Umformungen erhält man schließlich die folgende Beziehung:

$$\frac{1}{\gamma} \frac{D \ln(p)}{Dt} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho C_P T} \left[\dot{\omega}_T + \tau_{ij} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \left(\rho \sum_{\alpha=1}^N C_{p,\alpha} x_\alpha V_{i,\alpha} \right) \frac{\partial T}{\partial x_i} \right] \quad (4.24)$$

Mit einbezogen wurde hier noch die Identität

$$\frac{D \ln(p)}{Dt} = \frac{1}{p} \frac{Dp}{Dt} \quad (4.25)$$

Es wurde ebenfalls angenommen, dass die spezifische Gaskonstante nur moderat schwankt ($DR/Dt \approx 0$), was auch im Fall einer reagierenden Strömung keine sehr restriktive Annahme ist [POINSOT und VEYNANTE 2001].

Die Impulsgleichung (Gleichung 2.3) kann in analoger Weise auch als Funktion von $\ln(p)$ ausgedrückt werden:

$$\frac{Du_i}{Dt} + \frac{c^2}{\gamma} \frac{\partial \ln(p)}{\partial x_i} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (4.26)$$

Dabei ist die lokale Schallgeschwindigkeit durch $c^2 = \gamma p / \rho$ gegeben.

Es wird nun in ähnlicher Weise vorgegangen wie in Abschnitt 4.2.1: Von der umgeformten Energiegleichung wird die materielle Ableitung D/Dt gebildet, anschließend wird davon die Divergenz $\partial/\partial x_i$ der Impulsgleichung abgezogen, so dass man auf den folgenden Ausdruck geführt wird:

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{D \ln(p)}{Dt} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{c^2}{\gamma} \frac{\partial \ln(p)}{\partial x_i} \right) &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \right) \\ - \frac{D}{Dt} \left[\frac{1}{\rho C_P T} \left(\dot{\omega}_T + \tau_{ij} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \left(\rho \sum_{\alpha=1}^N C_{p,\alpha} x_\alpha V_{i,\alpha} \right) \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \right] &+ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (4.27)$$

[KOTAKE 1975] führt eine Analyse der Größenordnung der Terme durch, damit können einige Terme vernachlässigt werden, so dass man die folgende Form erhält:

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{D \ln(p)}{Dt} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{c^2}{\gamma} \frac{\partial \ln(p)}{\partial x_i} \right) = - \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{\rho C_P T} \dot{\omega}_T \right) + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (4.28)$$

Nun benutzt man noch die Zerlegung des Druckes nach Gleichung (4.3) und linearisiert $\ln(p)$ durch p'/\bar{p} . Weiterhin kann man für niedrige Machzahlen konvektive Ableitungen gegenüber zeitlichen Ableitungen vernachlässigen. Mit der Annahme eines konstanten Isentropenexponenten γ sowie einem konstanten mittleren Druck $\bar{p} = \text{const.}$ kann schließlich eine Wellengleichung für ein heterogenes akustisches Medium angegeben werden:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(c^2 \frac{\partial p'}{\partial x_i} \right) = - (\gamma - 1) \frac{\partial \dot{\omega}_T}{\partial t} + \gamma \bar{p} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (4.29)$$

Der erste Term auf der rechten Seite beschreibt durch die instationäre Freisetzung von Wärme den dominanten Mechanismus der Erzeugung von Verbrennungslärm [KOTAKE 1975, KLEIN und KOK 1999, POINSOT und VEYNANTE 2001, IHME et al. 2007]

Durch die variable Schallgeschwindigkeit kann nun die Refraktion von Schallwellen aufgrund der Heterogenität des Mediums abgebildet werden. Die Beschreibung der Konvektion von Schallwellen ist mit diesem Ansatz nicht möglich. Wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird, kann dieser Effekt durch andere Methoden beschrieben werden.

4.3 Linearisierte Euler-Gleichungen

Die bisher eingeführten Beschreibungsweisen sind nur eingeschränkt gültig, beispielsweise kann die Konvektion von Schallwellen mit den beschriebenen Wellengleichungsansätzen nicht abgebildet werden. Solange nur das akustische Fernfeld von Interesse ist, sind solche Ansätze ausreichend. Im Rahmen dieser Arbeit werden jedoch auch eingeschlossene Verbrennungssysteme und damit das akustische Nahfeld berechnet, bei welchen sowohl eine räumlich variierende Schallgeschwindigkeit, wie auch die Konvektion von Schallwellen bedeutsam sein können. Es wird daher zu einer detaillierteren Beschreibungsweise anhand von linearisierten Euler-Gleichungen (engl. linearized Euler equations, kurz LEE) übergegangen, welche im Folgenden beschrieben wird. Als Ausgangspunkt dienen wie in Abschnitt 4.2.2 die Bilanzsätze von Masse (Gleichung (2.1)), Impuls und Energie, wobei hier von der reibungsfreien Impulsgleichung (Gleichung 2.4) ausgegangen wird. Ferner wird die Energiegleichung durch die Druck-Dichte-Relation nach Gleichung (2.18) repräsentiert. Konsistent mit der Implementierung in PIANO werden die linearisierten Euler-Gleichungen in dimensionsloser Form vorgestellt. Hierzu werden entsprechende Größen für die Entdimensionierung benötigt. Im einzelnen sind dies die charakteristische Länge L , die Schallgeschwindigkeit im Fernfeld c_∞ und die Dichte im Fernfeld ρ_∞ . Die dimensionslosen Variablen können damit wie folgt angegeben werden:

$$t = t^* \cdot \frac{c_\infty}{L}, \quad x_i = \frac{x_i^*}{L}, \quad \rho = \frac{\rho^*}{\rho_\infty}, \quad u_j = \frac{u_j^*}{c_\infty}, \quad p = \frac{p^*}{\rho_\infty c_\infty^2} \quad (4.30)$$

Die Größen mit $*$ bezeichnen dabei die Variablen mit physikalischen Dimensionen. Es wird nun wieder von der Zerlegung nach Gleichung (4.1)-(4.3) Gebrauch gemacht und diese in die Bilanzsätze eingesetzt. Für die linearisierte Kontinuitäts- bzw. Impulsgleichung ergibt sich damit

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho} u'_j) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho' \bar{u}_j) := Q_k \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + u'_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \bar{u}_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\bar{\rho}} \left(\frac{\partial p'}{\partial x_i} + \rho' \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) := Q_i \quad (4.32)$$

Da die zugehörigen Quellterme auf der rechten Seite im Rahmen dieser Arbeit als klein gegenüber dem Quellterm für Verbrennungslärm angenommen werden [KOTAKE 1975, KLEIN und KOK 1999, POINSOT und VEYNANTE 2001, IHME et al. 2007], können sie hier vernachlässigt werden ($Q_k = Q_i \approx 0$). Die Herleitung einer linearisierten Druck-Dichte-Relation, welche wie erwähnt die Energiegleichung repräsentiert und im Kontext der Simulation von Verbrennungslärm sehr attraktiv erscheint, wurde von [BUI et al. 2007b, BUI et al. 2008] vorgeschlagen und wird im Folgenden vorgestellt.

4.3.1 Druck-Dichte-Relation

Linearisiert man die durch Gleichung (2.18) gegebene Druck-Dichte-Relation entsprechend der Zerlegung (4.3), so ergibt sich

$$p' - \bar{c}^2 \rho' = \frac{\gamma \bar{p}}{c_p} s' := Q_d \quad (4.33)$$

Mit Q_d wird hier allgemein ein Quellterm der Druck-Dichte-Relation bezeichnet. Nach [EWERT und SCHRÖDER 2003] lässt sich die Entropiefluktuation in Relation zur fluktuierenden Wärmefreisetzung setzen und somit wird die Ähnlichkeit des Ansatzes mit der Herleitung der Wellengleichung für heterogene akustische Medien deutlich:

$$\frac{\gamma \bar{p}}{c_p} s' = \frac{(\gamma - 1)}{\bar{c}^2} \dot{\omega}_T \quad (4.34)$$

Es wird somit auch ersichtlich, dass die rechte Seite der Druck-Dichte-Relation den thermoakustischen Quellterm repräsentiert. Für eine verschwindende rechte Seite reduziert sich Gleichung (4.33) derart, dass sie auch aus der Isentropenbeziehung (4.9) gewonnen werden könnte.

Im folgenden wird der von [BUI et al. 2007b, BUI et al. 2008] vorgeschlagene Formalismus zur Modellierung der rechten Seite der Druck-Dichte-Beziehung präsentiert, dieser Formalismus bildet die Basis für die Akustiksimulationen, welche im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurden. Eine hilfreiche Größe ist dabei die *excessive density* ρ_e , welche durch [CRIGHTON et al. 1992] definiert wurde:

$$\rho_e = (\rho - \bar{\rho}) - (p - \bar{p})/\bar{c}^2 = \rho' - p'/\bar{c}^2 \quad (4.35)$$

Mit dieser Definition kann formal eine Druck-Dichte-Beziehung geschrieben werden als

$$\frac{\partial p'}{\partial t} - \bar{c}^2 \frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\bar{c}^2 \frac{\partial \rho_e}{\partial t} \quad (4.36)$$

Unter Verwendung der Kontinuitätsgleichung (Gleichung 2.1) sowie der Definition der materiellen Ableitung kann nach einigen Umformungen eine Druck-Dichte-Beziehung der Form

$$\begin{aligned} \frac{\partial p'}{\partial t} - \bar{c}^2 \frac{\partial \rho'}{\partial t} = & -\bar{c}^2 \left[\left(\frac{\bar{\rho}}{\rho} + \frac{p - \bar{p}}{\rho \bar{c}^2} \right) \frac{D\rho}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \rho_e) \right. \\ & \left. - u_j \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} - \frac{D}{Dt} \left(\frac{p - \bar{p}}{\bar{c}^2} \right) \right] = Q_d \end{aligned} \quad (4.37)$$

angegeben werden. Die rechte Seite dieser Beziehung soll nun so formuliert werden, dass physikalisch motivierte Lärmquellen aufgrund des Verbrennungsprozesses identifizierbar sind. Zunächst kann man die materielle Ableitung der Dichte durch die folgende Beziehung ausdrücken [WILLIAMS 1964]:

$$\frac{D\rho}{Dt} = \left[\frac{1}{c^2} \frac{Dp}{Dt} + \frac{\alpha}{c_p} \left(\sum_{n=1}^N \frac{\partial h}{\partial Y_n} \bigg|_{\rho, p, Y_m} \rho \frac{DY_n}{Dt} + \frac{\partial q_j}{\partial x_j} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \tau_{ij} \right) \right] \quad (4.38)$$

Hierin ist α ein volumetrischer Expansionskoeffizient. Der zweite Term auf der rechten Seite kann durch Anwendung der Speziestransportgleichung (Gleichung (2.8)) sowie der Kettenregel noch geschrieben werden als:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N \frac{\partial h}{\partial Y_n} \bigg|_{\rho, p, Y_m} \rho \frac{DY_n}{Dt} &= \underbrace{\sum_{n=1}^N \frac{\partial h}{\partial Y_n} \bigg|_{T, p, Y_m} S_{x_\alpha}}_{S_w} - \underbrace{\frac{\partial h}{\partial \rho} \bigg|_{p, Y_m} \left(\sum_{n=1}^N \frac{\partial \rho}{\partial Y_n} \bigg|_{T, p, Y_m} S_{x_\alpha} \right)}_{S_n} \\ &\quad - \underbrace{\sum_{n=1}^N \frac{\partial h}{\partial Y_n} \bigg|_{\rho, p, Y_m} \frac{\partial J_j^{x_\alpha}}{\partial x_j}}_{S_d} \end{aligned} \quad (4.39)$$

Der erste Teil S_w beschreibt den Effekt der Wärmefreisetzung, während der Term S_n eine Schallquelle infolge nicht-isomolarer Verbrennung darstellt. Eine solche Quelle wurde von [TRUFFAUT et al. 1998] untersucht. Der Ausdruck S_d beschreibt den Effekt von Speziesdiffusion. Die nun aus physikalischer Sicht beschriebene Druck-Dichte-Beziehung lautet zusammengefasst:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p'}{\partial t} - \bar{c}^2 \frac{\partial \rho'}{\partial t} &= - \bar{c}^2 \left[\left(\frac{\bar{\rho}}{\rho} + \frac{p - \bar{p}}{\rho \bar{c}^2} \right) \underbrace{\left(\frac{1}{\bar{c}^2} \frac{Dp}{Dt} + \frac{\alpha}{c_p} \left(S_w + S_n + S_d + \frac{\partial q_j}{\partial x_j} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \tau_{ij} \right) \right)}_{D\rho/Dt} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \rho_e) - u_j \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} - \frac{D}{Dt} \left(\frac{p - \bar{p}}{\bar{c}^2} \right) \right] = Q_d \end{aligned} \quad (4.40)$$

Es kann gezeigt werden, dass die hier angegebene Form für den Fall einer nicht-isentropen Einkomponentenströmung sich zu der ursprünglichen Form (Gleichung 4.33) reduziert und man somit eine konsistente Beschreibung erhält [BUI 2008].

Es ist ersichtlich, dass die Berechnung der gesamten rechten Seite von Gleichung (4.40) einen erheblichen Aufwand bedeuten würde, weiterhin sind möglicherweise nicht alle Terme zugänglich für eine direkte Berechnung. Im folgenden Abschnitt wird daher gezeigt, wie durch wenige einschränkende Annahmen ein vereinfachter thermoakustischer Quellterm hergeleitet werden kann.

4.3.2 Vereinfachter thermoakustischer Quellterm

Auf der Basis von dimensionslosen Kennzahlen führt [BUI 2008] eine Größenordnungsabschätzung der Terme auf der rechten Seite von Gleichung (4.40) durch, zugrunde liegt dabei ein reagierender Fall mit niedriger Machzahl als Referenz. Als deutlich dominierende Effekte erweisen sich die instationäre Wärmefreisetzung S_w (vgl. Abschnitt 4.2.2) sowie der Effekt nicht-isomolarer Verbrennung S_n . Da diese wie dargestellt durch die materielle Ableitung der Dichte repräsentiert sind, kann die rechte Seite der Druck-Dichte-Beziehung drastisch vereinfacht werden:

$$\frac{\partial p'}{\partial t} - \bar{c}^2 \frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\bar{c}^2 \left(\frac{\bar{\rho}}{\rho} + \frac{p - \bar{p}}{\rho \bar{c}^2} \right) \frac{D\rho}{Dt} = Q_d \quad (4.41)$$

Der zweite Term auf der rechten Seite kann für niedrige Machzahlen vernachlässigt werden [BUI 2008], so dass der thermoakustische Quellterm schließlich durch

$$Q_d = -\bar{c}^2 \frac{\bar{\rho}}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \quad (4.42)$$

gegeben ist. Diese Formulierung lässt sich vergleichsweise einfach aus einer Grobstruktursimulation extrahieren.

Eine zweite Variante eines vereinfachten thermoakustischen Quellterms wird im Rahmen dieser Arbeit ebenfalls verwendet, die Herleitung wird im Folgenden präsentiert. Neben der materiellen Zeitableitung wird noch der Term $\partial(u_j \rho_e)/\partial x_j$ in Gleichung (4.40) als bedeutsam betrachtet, da dieser eine Beschleunigung von Dichteinhomogenitäten beschreibt. Ein solcher Vorgang ist mit der Erzeugung von Entropielärm verbunden. Vernachlässigt man nun noch Druckfluktuationen im thermoakustischen Quellterm ($\rho_e \approx \rho - \bar{\rho}$ und $p - \bar{p} \approx 0$), so reduziert sich die rechte Seite der Druck-Dichte-Relation auf den Ausdruck

$$Q_d = -\bar{c}^2 \left[\frac{\bar{\rho}}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \rho_e) - u_j \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} \right] \quad (4.43)$$

Unter Verwendung der materiellen Ableitung sowie Ausnutzung der Kontinuitätsgleichung wird man schließlich auf einen sehr einfachen Ausdruck für den thermoakustischen Quellterm geführt:

$$Q_d = -\bar{c}^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (4.44)$$

Auch diese Formulierung kann effizient aus einer Verbrennungs-LES extrahiert werden, weiterhin sind nur sehr wenige einschränkende Annahmen gemacht worden. Alle Simulationen, die im Rahmen dieser Arbeit mit dem Akustiklöser PIANO durchgeführt wurden, beruhen auf dem thermoakustischen Quellterm nach Gleichung (4.44).

4.4 Thermoakustische Instabilitäten

Das Phänomen der thermoakustischen Instabilität wird beobachtet, wenn die durch turbulente Verbrennung erzeugten akustischen Schwingungen eine akustische Mode des Verbrennungssystems anregen. Die Mechanismen, welche eine thermoakustische Instabilität hervorrufen, sind vielfältig [POINSOT und VEYNANTE 2005] und aktueller Forschungsgegenstand. Für eine theoretische Betrachtung ist es von Vorteil, eine Bilanz der akustischen Energie für ein Verbrennungssystem zu betrachten. Die akustische Energie kann definiert werden als

$$E_{ac} = \frac{1}{2} \bar{\rho} u_i'^2 + \frac{1}{2} \frac{p'^2}{\bar{\rho} \bar{c}^2} \quad (4.45)$$

Durch die Kombination von linearisierter Impuls- und Kontinuitätsgleichung kann eine Bilanzgleichung für die akustische Energie angegeben werden [POINSOT und VEYNANTE 2005]:

$$\frac{\partial E_{ac}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (p u_j') = S \quad (4.46)$$

Die rechte Seite dieser Gleichung stellt einen Quell- bzw. Senkenterm für die akustische Energie dar:

$$S = \frac{\gamma - 1}{\gamma \bar{p}} p' \dot{\omega}_T \quad (4.47)$$

Ein Anwachsen der akustischen Energie ist demnach möglich, wenn die rechte Seite positiv ist und somit die instationäre Wärmefreisetzung in Phase mit der akustischen Druckfluktuation ist:

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma \bar{p}} p' \dot{\omega}_T > 0 \quad (4.48)$$

Diese qualitative Bedingung wird auch als Rayleigh-Kriterium bezeichnet [RAYLEIGH 1878]. Im Kontext von CFD-basierten Methoden wurde in jüngerer Vergangenheit ein lokales Rayleigh-Kriterium von Laverdant und Thévenin für eine turbulente, vorgemischte Flamme berechnet [LAVERDANT und THÉVENIN 2003]. Für die Stabilitätsanalyse eines technischen Verbrennungssystems bietet es sich noch an, ein integrales Rayleigh-Kriterium durch die Integration über das Volumen V des Verbrennungssystems zu definieren:

$$\int_V \frac{\gamma - 1}{\gamma \bar{p}} p' \dot{\omega}_T dV > 0 \quad (4.49)$$

Insgesamt kann man feststellen, dass bei entsprechender Phasenlage von Verbrennungslärmquelle und akustischer Druckfluktuation ein Transfer von Energie in das akustische Feld möglich ist.

Bevorzugt treten thermoakustische Instabilitäten in Gasturbinen auf, welche mager vorgemischt betrieben werden [LIEUWEN und ZINN 1998, COHEN und ANDERSON 1996, SHIH et al. 1996]. Diese können entstehen, wenn die akustischen Druckfluktuationen mit den Zuführsystemen für Verbrennungsluft und Brennstoff wechselwirken. Es kommt dabei zu Schwankungen im Massenstrom, welche eine verstärkt oszillierende Schwankung der Wärmefreisetzung zur Folge haben. Diese wiederum verstärkt die akustischen Schwingen, es kommt zu einem Rückkopplungseffekt. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, lokale Störungen in der Gemischzusammensetzung (schwankendes Äquivalenzverhältnis ϕ) durch akustische Wellen zu induzieren. Dies ist möglich, wenn sich die akustischen Impedanzen von Brennstoffzuführung und Luftzuführung deutlich unterscheiden. Die Störung in der Gemischzusammensetzung wird nun mit der Strömung konvektiert und erzeugt in der Reaktionszone wiederum eine Oszillation in der Wärmefreisetzung. Erneut ist ein Rückkopplungsmechanismus möglich. Eine zentrale Rolle nimmt hier die Verzugszeit ein, welche durch den konvektiven Transport der Störung zur Flammenfront hin entsteht [LIEUWEN und ZINN 1998]. Das thermoakustische Verhalten kann durch diese entscheidend beeinflusst werden, es ist bei günstiger Verzugszeit sogar eine Dämpfung von Oszillationen möglich.

Aus den obigen Ausführungen wird ersichtlich, dass für eine detaillierte Beschreibung des Phänomens der thermoakustischen Instabilität genaue Informationen über die lokale Verteilung der thermoakustischen Quelle sowie das entstehende akustische Feld wünschenswert sind. Diese Informationen können gewonnen werden mit der Durchführung

einer kompressiblen Simulation der reagierenden Strömung oder durch die Kombination von einer inkompressiblen Simulation der reagierenden Strömung und einer simultanen Berechnung der Akustik mit einem CAA-Verfahren, wie es für die vorliegende Arbeit verwendet wird. Die Vorteile bei der Verwendung eines LES/CAA-Verfahrens liegen darin, dass die Zeitschrittweite der Strömungssimulation nur durch konvektive Skalen limitiert ist, während bei einer kompressiblen Simulation die Schallgeschwindigkeit maßgeblich ist. Der Akustiklöser unterliegt zwar der gleichen Einschränkung, die hier zu lösenden linearen Gleichungen können jedoch mit schnellen, expliziten Verfahren gelöst werden, so dass insgesamt eine deutliche Rechenzeiterparnis möglich ist.

Wie bereits erwähnt, werden in dieser Arbeit sehr unterschiedliche Simulationswerkzeuge zur Beschreibung von Verbrennungslärm und thermoakustischen Instabilitäten eingesetzt. Dabei unterscheiden sich auch die Strategien zur Kopplung der Löser deutlich. Eine detaillierte Beschreibung der Kopplung von Strömungslöser und Akustiklöser mit Bezug auf die Beschreibung von thermoakustischen Instabilitäten wird in den Abschnitten 5.3.1-5.3.3 gegeben.

Einflüsse von nicht aufgelösten Skalen

Im Rahmen eines hybriden LES/CAA-Verfahrens ist zu berücksichtigen, dass thermoakustische Quellterme nur aus den gefilterten Größen der Grobstruktursimulation berechnet werden können. Da im Kontext der Grobstruktursimulation ein großer Teil des turbulenten Spektrums aufgelöst wird, ist zu vermuten, dass die thermoakustischen Quellterme nicht zu stark beeinflusst werden sollten. Dies gilt insbesondere für die Beschreibung von thermoakustischen Instabilitäten, da der interessierende Frequenzbereich wie erwähnt durch geometrische Abmessungen bestimmt ist, diese Skalen sind sehr groß im Vergleich zu den nicht aufgelösten Skalen. Der Einfluss der nicht aufgelösten Skalen wird daher im Rahmen dieser Arbeit nicht adressiert.

Kapitel 5

Numerische Lösungsverfahren

Das in Kapitel 2 beschriebene System von Differentialgleichungen ist im Regelfall nicht mit analytischen Verfahren zu lösen. Aus diesem Grund wurden numerische Methoden entwickelt, welche die beschreibenden Gleichungen näherungsweise lösen. Die Lösung ergibt sich im Allgemeinen dadurch, dass einzelne Terme bzw. mathematische Ausdrücke diskretisiert werden und damit approximiert werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurden etablierte numerische Verfahren zur Simulation von reagierenden Strömungen sowie akustischen Feldern eingesetzt. Alle Verfahren haben dabei die Gemeinsamkeit, die Lösung in einem räumlich begrenzten Gebiet zu berechnen, welches durch ein numerisches Gitter diskretisiert wird. Der Prozess der Diskretisierung des Problemgebietes wird detailliert beschrieben von [SCHÄFER 2006] und [FERZIGER und PERIC 2008]. Aspekte der Gittergenerierung mit Bezug auf die Grobstruktursimulation reagierender Strömungen in FASTEST werden beispielsweise erläutert von [HAHN 2009] und [OLBRICHT 2009].

Als Grundlage für die hybriden LES/CAA-Simulationen dienen dabei die Strömungslöser FLOWSI (Flow Simulation) und FASTEST (Flow Analysis Solving Transport Equations Simulating Turbulence). Beide sind im universitären Umfeld entstanden und werden zu Forschungszwecken eingesetzt. Mit beiden Werkzeugen ist es möglich, Grobstruktursimulationen von reagierenden Strömungen durchzuführen, dennoch weisen sie einige fundamentale Unterschiede auf. Der wichtigste Unterschied ergibt sich durch die jeweilige Struktur des numerischen Gitters, im Rahmen von FLOWSI sind dabei nur vergleichsweise einfache Geometrien berechenbar, wie in Abschnitt 5.1.5 gezeigt wird. Die Basis für die Akustiksimulationen bilden das frei verfügbare Programm CLAWPACK (Conservation Law Package) sowie das akustische Simulationswerkzeug PIANO (Perturbation Investigation Of Aerodynamic Noise), welches vom Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) entwickelt wurde. Analog zu den Strömungslösern unterscheiden sich auch die Akustiklöser durch die Flexibilität bezüglich der Geometrie, CLAWPACK unterliegt dabei vergleichbaren Einschränkungen wie FLOWSI.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden aus den vier beschriebenen Berechnungsprogrammen zwei integrierte Simulationswerkzeuge zur simultanen Beschreibung von Strömung und Akustik im Rahmen eines hybriden LES/CAA-Verfahrens entwickelt. Das erste Simulationswerkzeug besteht aus der Kombination von FLOWSI und CLAWPACK zur Beschreibung geometrisch einfacher Konfigurationen. Hier wurde von einer bereits vorhandenen LES/CAA-Schnittstelle ausgegangen, der Akustikcode CLAWPACK wurde dabei modifiziert, um Simulationen basierend auf einem zylindrischen Koordinatensystem durchführen zu können. Weiterhin wurde eine spezielle Randbedingung imple-

mentiert, welche die Abstrahlung von akustischen Wellen in das Fernfeld ermöglicht. Dies wird in Abschnitt 5.2.1 dargestellt. Das zweite integrierte Gesamtsimulationswerkzeug besteht aus der Kombination von FASTEST und PIANO. Hier wurde eine neue LES/CAA-Schnittstelle implementiert sowie der Code PIANO als zusätzliches Modul integriert. Durch den modularen Aufbau der LES/CAA-Schnittstelle war es im Rahmen der Arbeit möglich, diese zusammen mit dem Werkzeug PIANO in den Strömungslöser PRECISE-unstructured der Firma Rolls-Royce Deutschland zu übertragen. Somit kann das entwickelte hybride Simulationsverfahren bereits in einer industriellen Umgebung zum Einsatz kommen.

Wie bereits angedeutet, unterscheiden sich die verwendeten Simulationsprogramme sehr stark bezüglich der eingesetzten Methoden. In den folgenden Abschnitten werden die eingesetzten Verfahren jeweils aus Sicht der numerischen Strömungssimulation sowie der numerischen Aeroakustik erläutert.

5.1 Numerische Berechnung der Strömung

Technische Verbrennungssysteme werden in der Regel mit niedrigen Mach-Zahlen betrieben ($Ma = U_0/c < 0.3$). Daher ist es gerechtfertigt, die Strömung als inkompressibel zu betrachten und man kann auf *Druckkorrekturverfahren* [SCHÄFER 2006, FERZIGER und PERIC 2008] zurückgreifen, welche für niedrige Machzahlen deutlich effizienter sind als kompressible Ansätze. Beide Strömungslöser beruhen auf der *Finite-Volumen-Methode* (FVM), bei welcher das Problemgebiet in eine bestimmte Anzahl von kleinen Kontrollvolumen unterteilt wird. Für jedes Kontrollvolumen werden die beschreibenden Differentialgleichungen numerisch gelöst, im Kontext der FVM ergeben sich die gesuchten Größen durch die Bilanzierung des Flusses der Größe durch die Flächen des Volumens. Der Wert der Größe selbst wird an einem diskreten Ort angegeben, dem räumlichen Mittelpunkt des Kontrollvolumens. Die Werte der Größen von benachbarten Punkten sind dabei direkt voneinander abhängig. Eine besondere Eigenschaft der FVM ist die Konservativität, daher ist die FVM besonders geeignet zur Approximation von Erhaltungsgleichungen. In Abbildung 5.1 ist ein allgemeines kartesisches Kontrollvolumen für den zweidimensionalen Fall mit Bezeichnungen dargestellt, die Benennung von benachbarten Punkten erfolgt gemäß der Kompassnotation. Die folgenden Ausführungen gehen konsistent von einem zweidimensionalen Problem aus, die prinzipielle Erweiterung auf drei Dimensionen bereitet keine Schwierigkeiten. Am Beispiel einer skalaren Transportgleichung (5.1) soll der Vorgang der Diskretisierung einer solchen Gleichung dargestellt werden. Die einzelnen Terme repräsentieren die zeitliche Änderung, Konvektions- und Diffusionsterm sowie eine Quelle/Senke der Größe.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \varphi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho D_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) + S_\varphi \quad (5.1)$$

Im Kontext der FVM wird das Integral dieser Gleichung über ein Kontrollvolumen gebildet. Unter Berücksichtigung des Integralsatzes von Gauß können die Volumenintegrale

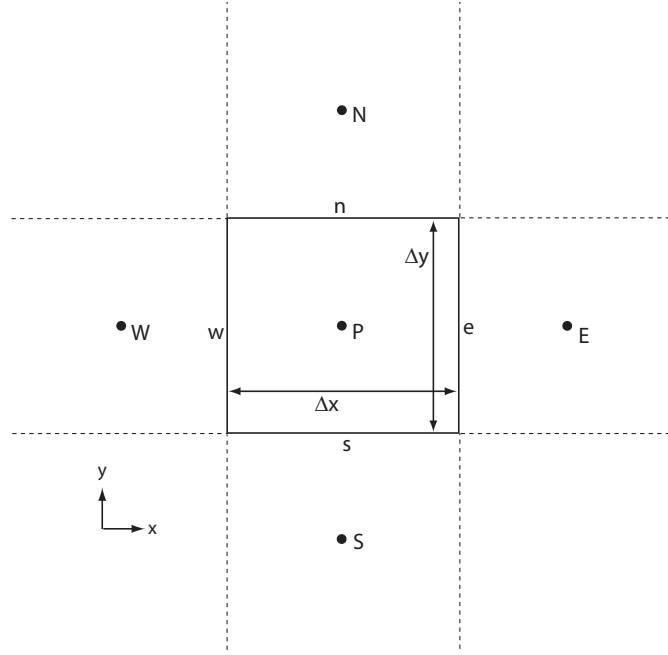


Abbildung 5.1: Allgemeines kartesisches Kontrollvolumen. Alle Punkte und Flächen sind gemäß der Kompassnotation benannt. Kleine Buchstaben stehen dabei für die Seitenflächen des Kontrollvolumens, die mit Großbuchstaben bezeichneten Punkte repräsentieren den geometrischen Mittelpunkt des Kontrollvolumens.

des Konvektions- bzw. Diffusionsterms in Oberflächenintegrale umgewandelt werden:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi)dV + \int_A (\rho u_j \varphi n_j) dA = \int_A \left(\rho D_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} n_j \right) dA + \int_V S_\varphi dV \quad (5.2)$$

Mit den Bezeichnungen nach Abbildung 5.1 kann die Oberfläche noch aufgespalten werden in die Teilflächen, welche das Kontrollvolumen begrenzen ($A = \sum_c A_c$, mit $c = e, w, n, t$). Weiterhin beschreiben die Komponenten des Vektors n_j die Normalenrichtung der Seitenflächen des Kontrollvolumens.

Die in den einzelnen Termen auftretenden Größen sind aufgrund des Prozesses der Gittergenerierung/Diskretisierung nur noch an diskreten Punkten, den Mittelpunkten der Volumina, verfügbar. Daher müssen die mathematischen Beziehungen entsprechend mit den Werten an diesen Punkten approximiert werden. Für die Approximation der Volumen- bzw. Oberflächenintegrale wird die Mittelpunktsregel verwendet. Damit wird das Integral bestimmt, indem der Wert des zu integrierenden Ausdruckes im Mittelpunkt des Volumens bzw. der Fläche ausgewertet wird und mit dem Volumen bzw. der Fläche (als Beispiel hier die Seite e) multipliziert wird:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi)dV \approx \frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi) \Big|_P \Delta V, \quad \int_{A_e} \left(\rho D_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} n_j \right) dA \approx \left(\rho D_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} n_j \right) \Big|_e \Delta A_e \quad (5.3)$$

Durch die integrale Formulierung repräsentieren die Größen in den Mittelpunkten der Kontrollvolumen einen Mittelwert für dieses Volumen. Da wie beschrieben zunächst

keine diskreten Werte an den Mittelpunkten der Seitenflächen existieren, müssen diese zur Berechnung des konvektiven bzw. diffusiven Terms mittels Interpolation aus den Werten an benachbarten Punkten bestimmt werden.

5.1.1 Interpolationsverfahren

Das einfachste denkbare Interpolationsverfahren ist das *Upwind Differencing Scheme* (UDS), bei welchem die Größe φ an dem Mittelpunkt der Fläche e durch den Wert des nächsten stromauf gelegenen Nachbarn bestimmt wird:

$$\varphi_e = \varphi_C \quad (5.4)$$

φ_C ergibt sich je nach Strömungsrichtung zu φ_P (lokale Strömung in positive x -Richtung) oder φ_E (lokale Strömung in negative x -Richtung). Die Bezeichnungen gelten dabei entsprechend Abbildung 5.1. Das UDS-Verfahren zeichnet sich dadurch aus, die Beschränktheit von Größen zu erhalten, einher geht jedoch eine hohe numerische Diffusion [SCHÄFER 2006].

Im Kontext der Grobstruktursimulation muss das zur Interpolation auf die Mittelpunkte der Seitenflächen verwendete numerische Verfahren zur Berechnung von Konvektions- und Diffusionsterm (auch bezeichnet als Berechnung des konvektiven und diffusiven Flusses) bestimmten Anforderungen genügen. Es wird gefordert, dass der führende Fehlerterm des Verfahrens mindestens quadratisch mit der Gitterweite skaliert. Ein sehr verbreitetes Verfahren ist das *Central Differencing Scheme* (CDS), dieses bietet die geforderten Eigenschaften auf rechtwinkligen Gittern. Mit diesem Verfahren ist der Wert der Größe φ an dem Mittelpunkt der Fläche e gegeben durch die beiden nächsten Gitterpunkte und deren Abstände, welche als Interpolationsgewicht eingehen:

$$\varphi_e = \frac{x_E - x_e}{x_E - x_P} \cdot \varphi_P + \frac{x_e - x_P}{x_E - x_P} \cdot \varphi_E \quad (5.5)$$

Das Verfahren zeichnet sich durch geringe numerische Diffusion aus, man muss jedoch mit lokalen Über- und Unterschwingungen rechnen. Dieser Umstand ist besonders ungünstig, wenn dieses Verfahren zur Approximation beschränkter Größen verwendet wird (Als Beispiel sei der Transport des Mischungsgrades erwähnt, welcher per Definition zwischen 0 und 1 liegt). Daher werden konvektive Terme im Rahmen des Mischungsgradtransports mit einem speziellen Verfahren, dem *Total Variation Diminishing Scheme* (TVD-Schema) approximiert. Dieses stellt eine Kombination von UDS-Verfahren und CDS-Verfahren dar, der Name ergibt sich durch die Eigenschaft des Verfahrens, dass die totale Variation in einem Skalarfeld durch Konvektion nicht erhöht werden kann. Wenn lokal eine Strömung in positive x -Richtung vorliegt, kann das TVD-Schema konsistent mit der Benennung von Punkten nach Abbildung 5.1 wie folgt geschrieben werden:

$$\varphi_e = \varphi_P + B(r)(\varphi_P - \varphi_W) \frac{x_e - x_P}{x_P - x_W} \quad (5.6)$$

Der approximierte Fluss wird begrenzt durch die Limitierfunktion $B(r)$, diese enthält das Gradientenverhältnis r :

$$r = \frac{x_P - x_W}{x_E - x_P} \cdot \frac{\varphi_E - \varphi_P}{\varphi_P - \varphi_W} \quad (5.7)$$

Für die Limitierfunktion existieren verschiedene Ansätze in der Literatur, zur Verfügung steht in FLOWSI und FASTEST der CHARM-Limiter [ZHOU et al. 1995]:

$$B(r) = \begin{cases} r(3r + t)/(r + 1)^2 & : r > 0 \\ 0 & : r = 0 \end{cases} \quad (5.8)$$

Mit dem TVD-Verfahren ist es damit möglich, den numerischen Abbruchfehler so gering wie möglich zu halten, aber dennoch Oszillationen zu vermeiden.

5.1.2 Zeitintegration

Die bisher vorgestellten Verfahren behandeln die räumliche Diskretisierung, aufgrund der instationären Beschreibungsweise im Rahmen der Grobstruktursimulation muss auch eine zeitliche Diskretisierung vorgenommen werden. Für eine übersichtliche Darstellung wird die Skalartransportgleichung (Gleichung (5.1)) mit $\rho\varphi = \Phi$ abgekürzt geschrieben:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = RHS(\Phi) \quad (5.9)$$

Die Zeit wird diskretisiert durch deren Aufteilung in eine bestimmte Zahl von Intervallen der Größe Δt . Bezeichnet man einen bestimmten Zeitpunkt mit t^n sowie den darauf folgenden Zeitpunkt mit t^{n+1} , kann die Zeitableitung in Gleichung (5.9) unter Verwendung des *expliziten Euler-Verfahrens* approximiert werden:

$$\frac{(\Phi)^{n+1} - (\Phi)^n}{\Delta t} = RHS(\Phi)|_n \quad (5.10)$$

Es ist ein Verfahren erster Ordnung und daher im Kontext der Grobstruktursimulation ungeeignet. Im Rahmen dieser Arbeit kommen in FLOWSI und FASTEST mehrstufige Runge-Kutta-Verfahren zum Einsatz, die in den Abschnitten 5.1.5 und 5.1.6 beschrieben werden. Alle expliziten Zeitintegrationsverfahren haben die Gemeinsamkeit, dass die Größe des Zeitintervalls Δt aus Stabilitätsgründen beschränkt ist, für explizite Verfahren findet das CFL-Kriterium (Courant-Friedrichs-Lewy-Kriterium) Anwendung:

$$\frac{\Delta t |u|}{\Delta x} < C \quad (5.11)$$

Die maximal erreichbare Courant-Zahl C erweist sich in der Praxis als stark fallabhängig, in dieser Arbeit wurden Werte zwischen 0.3 und 0.9 beobachtet. Bei sehr kleinen Gitterweiten Δx kann eine Courant-Zahl deutlich unter eins begründet sein durch das dann restriktivere Kriterium anhand der Diffusionszahl D [SCHÄFER 2006]:

$$\frac{\Delta t \alpha}{\rho \Delta x^2} < D \quad (5.12)$$

Hierin ist α ein allgemeiner Diffusionskoeffizient.

5.1.3 Druckkorrektur

Die Gewährleistung der Kontinuität wird im Rahmen einer inkompressiblen Beschreibungsweise durch Druckkorrekturverfahren ermöglicht. FLOWSI und FASTEST beruhen dabei auf der Projektionsmethode nach [CHORIN 1968], die Lösungsprozeduren sind dabei aber grundsätzlich verschieden. Der Ansatz wird im Folgenden vorgestellt. Die Lösung der Impulsgleichung zum Zeitpunkt t^{n+1} ergibt sich durch das Zeitintegrationsverfahren. Die Erfüllung der Kontinuitätsgleichung ist jedoch noch nicht gegeben, daher wird diese Lösung als vorläufige Lösung $(\bar{\rho}\tilde{u})^{n+1,*}$ interpretiert und die gesuchte, die Kontinuität erfüllende Lösung mit $(\bar{\rho}\tilde{u})^{n+1}$ bezeichnet. In verkürzter Schreibweise kann die Impulsgleichung als explizit in der Zeit diskretisiert wie folgt angegeben werden:

$$(\bar{\rho}\tilde{u}_i)^{n+1,*} = (\bar{\rho}\tilde{u}_i)^n + \Delta t (C^n + D^n) + \Delta t P_i^n \quad (5.13)$$

Die rechte Seite beschreibt die zeitliche Änderung infolge Konvektion C^n , Diffusion D^n sowie dem Druckgradienten $P_i^n = \partial p^n / \partial x_i$. Durch die Definition einer Korrektur P'_i kann man einen neuen Druckterm zum aktuellen Zeitpunkt t^{n+1} formulieren:

$$P_i^{n+1} = P_i^n + P'_i = \partial p^n / \partial x_i + \partial p' / \partial x_i \quad (5.14)$$

Die Korrektur soll gerade so bestimmt werden, dass die Kontinuität erfüllt ist. Damit wird nun die gesuchte Lösung berechnet:

$$(\bar{\rho}\tilde{u}_i)^{n+1} = (\bar{\rho}\tilde{u}_i)^n + \Delta t (C^n + D^n) + \Delta t P_i^{n+1} \quad (5.15)$$

Subtrahiert man die Gleichungen (5.13) und (5.15) voneinander, so ergibt sich

$$(\bar{\rho}\tilde{u}_i)^{n+1,*} - (\bar{\rho}\tilde{u}_i)^{n+1} = -\Delta t P'_i \quad (5.16)$$

Da der Term $(\bar{\rho}\tilde{u}_i)^{n+1}$ die Kontinuitätsgleichung erfüllen soll, kann von Gleichung (5.16) die Divergenz $\partial / \partial x_i$ berechnet werden und dieser Ausdruck in die Kontinuitätsgleichung eingesetzt werden. Damit ergibt sich schließlich eine Poisson-Gleichung für die Korrektur des Druckes p' :

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial x_i \partial x_i} = \frac{\partial P'_i}{\partial x_i} = \frac{1}{\Delta t} \left(\left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_{n+1} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho}\tilde{u}_i)^{n+1,*} \right) \quad (5.17)$$

5.1.4 Anfangs- und Randbedingungen

Zur Lösung des diskretisierten Differentialgleichungssystems (2.20)-(2.23) ist die Spezifizierung von Anfangs- und Randbedingungen notwendig. Die Anfangsbedingungen sind so zu wählen, dass sie schon eine gute Näherung für das zu erwartende Strömungsfeld darstellen. Ausgehend von dieser kann sich dann in akzeptabler Simulationszeit ein im statistischen Sinne stationärer Zustand einstellen. Bei komplexen Konfigurationen ist dies nicht immer möglich, die einfachste Startlösung für die Impulsgleichungen stellt ein ruhendes Strömungsfeld dar ($u_i(t_0, x_i) = 0$). Gleiches gilt für skalare Größen.

Es verbleibt noch die Wahl von Randbedingungen. Hier ist zum Einen die Dirichlet-Randbedingung zu nennen, bei welcher der Wert einer Größe auf dem Rand des Rechengebietes bekannt ist. Dies ist zum Beispiel an festen Wänden der Fall, hier verschwindet

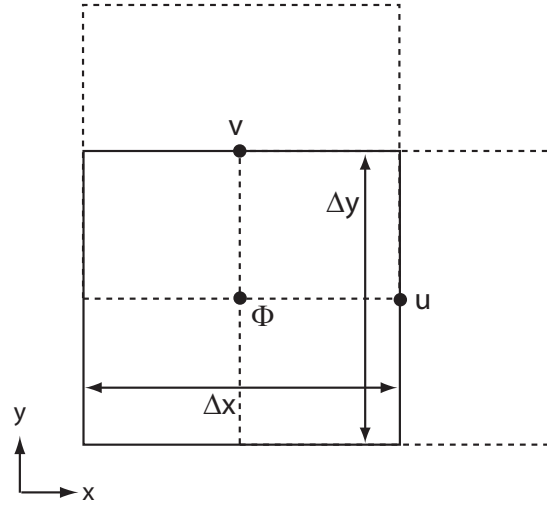


Abbildung 5.2: Variablenanordnung auf einem versetzten Gitter. Die Größe Φ steht dabei für eine skalare Größe, während mit u, v die Impulskomponenten in x-Richtung und y-Richtung bezeichnet sind.

die Strömungsgeschwindigkeit. Weiterhin ist aus Experimenten häufig der Massenstrom durch eine Eintrittsfläche bekannt, zusammen mit den Eigenschaften des Fluides (Dichte, Temperatur) kann so eine Geschwindigkeitsverteilung vorgegeben werden. Eine speziell für turbulente Strömungen entwickelte Methode von [KLEIN et al. 2003] ermöglicht es, transiente Eintrittsbedingungen vorzugeben, welche ein turbulentes Geschwindigkeitsfeld abbilden. Dies geschieht durch bekannte oder abgeschätzte Varianzen des Geschwindigkeitsfeldes sowie der Annahme eines Modellspektrums.

Neben der direkten Vorgabe des Variablenwertes ist noch die Neumann-Randbedingung von Bedeutung, hier ist der Gradient der Variablen φ in Normalenrichtung n des Randes bekannt, häufig ist dieser gleich Null:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \quad (5.18)$$

In den bisherigen Ausführungen zur numerischen Strömungssimulation wurden die Verfahren im Allgemeinen beschrieben. Im Folgenden werden die spezifischen Umsetzungen der numerischen Techniken jeweils aus der Sicht der verwendeten Programmpakete FLOWSI und FASTEST erläutert.

5.1.5 Numerische Methoden in FLOWSI

Das Simulationsprogramm FLOWSI beruht auf der numerischen Lösung der beschreibenden Differentialgleichungen auf einem strukturierten, versetzten Gitter [SCHÄFER 2006] mit nur einem geometrischen Block (siehe auch Abbildung 5.2). Es ist möglich, durch Gebietszerlegung eine Parallelisierung der Berechnungen vorzunehmen, um somit in akzeptabler Zeit Simulationen durchzuführen, die auf einem Gitter mit deutlich mehr als 10^6 Gitterpunkten beruhen. Es eignet sich zur Simulation von rotationssymmetrischen

Konfigurationen, da die Geometrie neben einem kartesischen Koordinatensystem auch durch Zylinderkoordinaten repräsentiert werden kann. Im Rahmen dieser Arbeit wurden ausschließlich Berechnungen in Zylinderkoordinaten durchgeführt. Für diesen Fall ist das Gitter in Richtung der Zylinderachse sowie in Umfangsrichtung äquidistant. In radialer Richtung ist eine Expansion der Gitterzellen möglich. Bei Verwendung von Zylinderkoordinaten können die beschreibenden Differentialgleichungen nicht mehr durch die kartesischen Beziehungen (Gleichung (2.20)-(2.23)) beschrieben werden, da die Differentialoperatoren sich verändern [SPURK 1996]. Die Methoden, welche in Abschnitt 5.1.1-5.1.4 beschrieben werden, sind aber auch hier anwendbar. Die Darstellung der Diskretisierung für zylindrische Koordinaten ist gegeben durch [SCHMITT 1982], um eine möglichst einheitliche Schreibweise beizubehalten, wird für alle weiteren Betrachtungen in diesem Kapitel weiterhin von einem kartesischen Koordinatensystem ausgegangen.

Zur Approximation der konvektiven und diffusiven Flüsse in den diskretisierten Impulsgleichungen wird in FLOWSI das beschriebene CDS-Verfahren eingesetzt. Zur Zeitintegration der Transportgleichungen findet in FLOWSI ein dreistufiges Runge-Kutta-Verfahren dritter Ordnung Anwendung [RAI und MOIN 1991, WILLIAMSON 1980]. Die Lösung zum Zeitpunkt t^{n+1} ergibt sich mit der Berechnung von zwei Zwischenstufen zu

$$\begin{aligned}(\Phi)^1 &= (\Phi)^n + \Delta t (\gamma_1 RHS(\Phi)|_n) \\(\Phi)^2 &= (\Phi)^1 + \Delta t (\gamma_2 RHS(\Phi)|_1 + \xi_2 RHS(\Phi)|_n) \\(\Phi)^{n+1} &= (\Phi)^2 + \Delta t \left(\gamma_3 RHS(\Phi)|_2 + \xi_3 (RHS(\Phi)|_2) + \frac{\xi_2}{\gamma_2} RHS(\Phi)|_n \right)\end{aligned}\quad (5.19)$$

Die Koeffizienten des Verfahrens sind dabei gegeben durch:

$$\gamma_1 = \frac{1}{3}, \quad \gamma_2 = \frac{15}{16}, \quad \gamma_3 = \frac{8}{15}, \quad \xi_2 = -\frac{75}{144}, \quad \xi_3 = -\frac{51}{81}\quad (5.20)$$

Für die im Rahmen dieser Arbeit eingesetzten zylindrischen Gitter ist es prinzipiell möglich, dass in Umfangsrichtung nahe der Achse nicht allein der konvektive Transport die Zeitschrittweite begrenzt, bedingt durch die kleine Gitterweite in Umfangsrichtung an dieser Stelle kann der diffusive Transport entscheidend sein. Dies kann anhand der Diffusionszahl nach Gleichung (5.12) gezeigt werden (vgl. Abschnitt 5.1.2) und wird beschrieben von [FREITAG 2007]. Daher gibt es in FLOWSI die Möglichkeit, diffusive Terme in Umfangsrichtung implizit zu behandeln [FORKEl 1999]. Für viele Konfigurationen ist die explizite Beschreibungsweise jedoch ausreichend und wurde in vorangegangenen Arbeiten [KEMPF 2003, FLEMMING 2007] und dieser Arbeit verwendet.

Im Rahmen des von Kempf [KEMPF 2003] im LES-Kontext vorgeschlagenen Prediktor-Korrektor-Verfahrens zur Beschreibung der reagierenden Strömung wird die Poisson-Gleichung (5.17) im Vergleich zum beschriebenen Ansatz modifiziert. Auf eine ausführliche Darstellung wird hier verzichtet. Es sei lediglich erwähnt, dass das von ihm vorgeschlagene Verfahren Probleme bei der Aufspaltung der gefilterten, konservativen Größe $\bar{\rho}\tilde{f}$ (Gleichung (3.28)) in Mischungsgrad f und Dichte $\bar{\rho}$ weitgehend vermeidet. Die Probleme entstehen durch einen bei Verbrennung im Allgemeinen nicht eindeutigen Zusammenhang zwischen der Größe $\bar{\rho}\tilde{f}$ und dem Mischungsgrad \tilde{f} [FORKEl 1999, KEMPF 2003].

Ergänzend zu den in Abschnitt 5.1.4 vorgestellten Randbedingungen stehen in FLOWSI periodische Randbedingungen zur Verfügung, für ein zylindrisches Koordinatensystem ergibt sich die Umfangsrichtung als periodische Richtung. Weiterhin bietet die Technik der *immersed boundaries* [SAIKI und BIRINGEN 1996] die Möglichkeit, einfache Wandgeometrien innerhalb des Berechnungsgebietes abzubilden. Die modifizierte Poisson-Gleichung für den Korrekturdruck wird in FLOWSI mit einem speziellen, direkten Lösungsverfahren nach [SCHUMANN und SWEET 1976] gelöst, welches die Periodizität in Umfangsrichtung ausnutzt.

Mit den vorgestellten Verfahren wurden mit FLOWSI im Rahmen der Grobstruktursimulation verschiedene Konfigurationen erfolgreich berechnet, siehe beispielsweise [KEMPF 2003, FREITAG und KLEIN 2005, FLEMMING et al. 2007, KÜHNE et al. 2007, KLEWER et al. 2010].

5.1.6 Numerische Methoden in FASTEST

Der Strömungslöser FASTEST beruht auf der Lösung der beschreibenden Differentialgleichungen auf einem blockstrukturierten, kartesischen Gitter. Es ist möglich, eine Parallelisierung durch die Verteilung der geometrischen Blöcke auf mehrere Prozessoren vorzunehmen. Das Programm eignet sich zur Abbildung komplexer Geometrien, da schiefwinklige Gitter unterstützt werden. Die Unterstützung solcher Gitter erfordert im Rahmen der Grobstruktursimulation spezielle Diskretisierungsverfahren, welche im Folgenden vorgestellt werden.

Da das in Abschnitt 5.1.1 beschriebene CDS-Verfahren für schiefwinklige Gitter, welche von FASTEST unterstützt werden, nicht mehr von zweiter Ordnung ist, steht in FASTEST die von [LEHNHÄUSER und SCHÄFER 2002] entwickelte multilineare Interpolation (MULI) zu Verfügung. Mit dieser Vorschrift, welche auf einer Taylorreihenentwicklung beruht, ergibt sich der Wert einer Größe φ_e auf der Ostseite eines Kontrollvolumens:

$$\varphi_e = \gamma_E \varphi_E + (1 - \gamma_E) \varphi_P + \gamma_{NS} (\varphi_N - \varphi_S) + \gamma_{TB} (\varphi_T - \varphi_S) \quad (5.21)$$

In Erweiterung der Bezeichnungen nach Abbildung 5.1 auf drei Dimensionen finden hier noch der untere Nachbarnpunkt φ_B sowie der obere Nachbarnpunkt φ_T Eingang in die Berechnung. Man benötigt also insgesamt sechs Nachbarnpunkte (vgl. 2 Nachbarnpunkte beim CDS-Verfahren).

[HAHN 2009] und [OLBRICHT 2009] schlagen eine Erweiterung des TVD-Schemas für die Grobstruktursimulation reagierender Strömungen in FASTEST vor, welches vorsieht, für das Gradientenverhältnis r der Limitierfunktion $B(r)$ (vgl. Abschnitt 5.1.1) nur solche Werte φ^{lim} einfließen zu lassen, die den physikalischen Wertebereich nicht verlassen:

$$r = \frac{x_P - x_W}{x_E - x_P} \cdot \frac{\varphi_E^{lim} - \varphi_P^{lim}}{\varphi_P^{lim} - \varphi_W^{lim}} \quad (5.22)$$

Diese Modifikation vermeidet es, dass durch Fehlerakkumulation im Rahmen des numerischen Gesamtverfahrens bei der Verwendung des ursprünglichen TVD-Verfahrens unphysikalische Werte für den transportierten Mischungsgrad auftreten. Für eine detaillierte Beschreibung wird auf die Urheber verwiesen.

Für die Berechnung diffusiver Flüsse, für welche räumliche Gradienten zu approximieren sind, wird ein wiederum von [LEHNHÄUSER und SCHÄFER 2002] entwickeltes DABT-Verfahren verwendet. Auch hier wird von einer Taylorreihenentwicklung ausgegangen, die resultierenden Approximationen sind wie beim MULI-Verfahren von zweiter Ordnung für schiefwinklige Gitter.

Wie bereits kurz angesprochen, wird in FASTEST zur Zeitintegration ein mehrstufiges Runge-Kutta-Verfahren verwendet. Es ist ein Verfahren zweiter Ordnung [WILLIAMSON 1980]. Die Lösung zum Zeitpunkt t^{n+1} ergibt sich durch Berechnung von drei Teilschritten:

$$\begin{aligned}(\Phi)^1 &= (\Phi)^n + \Delta t \gamma_1 \text{RHS}(\Phi)|_n \\(\Phi)^2 &= (\Phi)^1 + \Delta t \gamma_2 \text{RHS}(\Phi)|_1 \\(\Phi)^{n+1} &= (\Phi)^2 + \Delta t \gamma_3 \text{RHS}(\Phi)|_2\end{aligned}\tag{5.23}$$

Die Koeffizienten γ_i des Verfahrens sind gegeben durch

$$\gamma_1 = \frac{1}{3}, \quad \gamma_2 = \frac{1}{2}, \quad \gamma_3 = 1\tag{5.24}$$

Das Druckkorrekturverfahren in FASTEST folgt dem beschriebenen Ansatz von Chorin (vgl. Abschnitt 5.1.3). Das aus der Diskretisierung der Poisson-Gleichung (5.17) resultierende Gleichungssystem wird iterativ gelöst. Zunächst findet dabei eine ILU-Zerlegung (Incomplete Lower Upper Decomposition) der Systemmatrix statt. Als Gleichungslöser dient der SIP-Löser (Strongly Implicit Procedure) nach Stone [STONE 1969], welcher für die Lösung von Gleichungssystemen mit sieben Diagonalen spezialisiert ist.

Neben den in Abschnitt 5.1.4 eingeführten Randbedingungen steht in FASTEST noch die konvektive Ausstromrandbedingung zur Verfügung. Diese wird für die wandnormale Geschwindigkeitskomponente verwendet. Das zugrundeliegende Konzept eines konvektierten, turbulenten Geschwindigkeitsfeldes wurde von [RICHTER et al. 1987] vorgeschlagen. Die Randbedingung für die wandnormale Geschwindigkeitskomponente u_n lautet mit diesem Ansatz:

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} + U_c \frac{\partial u_n}{\partial n} = 0\tag{5.25}$$

Hierin ist U_c eine typische Konvektionsgeschwindigkeit, sie kann als mittlere Ausstromgeschwindigkeit über die Austrittsfläche interpretiert werden. Im Grenzfall $U_c \rightarrow \infty$ geht die konvektive Ausstromrandbedingung in eine Nullgradient-Randbedingung (Gleichung (5.18)) über. Um die globale Massenerhaltung zu gewährleisten, erfolgt eine entsprechende Skalierung der wandnormalen Geschwindigkeit.

[HAHN 2009] und [OLBRICHT 2009] erweitern FASTEST um zwei Lösungsprozeduren für den Transport von nichtreagierenden sowie reagierenden Mischungen. Hier wird wiederum die Problematik des bei Verbrennung im Allgemeinen nicht eindeutigen Zusammenhang zwischen der Größe $\tilde{\rho}\tilde{f}$ und dem Mischungsgrad \tilde{f} adressiert. Mit den vorgestellten Verfahren wurden mit FASTEST im Rahmen der Grobstruktursimulation verschiedene Konfigurationen erfolgreich berechnet [HAHN et al. 2008, OLBRICHT et al. 2008, KLEWER et al. 2010].

5.2 Numerische Berechnung des akustischen Feldes

In diesem Abschnitt werden die numerischen Verfahren beschrieben, welche die Basis für die eingesetzten Akustiklöser CLAWPACK und PIANO bilden. Im Gegensatz zu den Strömungslösern FLOWSI und FASTEST, welche beide auf einer Finite-Volumen-Methode basieren und daher wie dargestellt, gewisse Ähnlichkeiten aufweisen, sind die Ansätze, auf denen CLAWPACK bzw. PIANO beruhen, fundamental verschieden. CLAWPACK basiert auf einem für akustische Fragestellungen selten benutzten Finite-Volumen-Verfahren, während in PIANO Finite-Differenzen-Verfahren höherer Ordnung eingesetzt werden.

5.2.1 Numerische Methoden in CLAWPACK

Der Akustiklöser CLAWPACK ist ein frei erhältliches Softwarepaket, welches von R.J. LeVeque [LEVEQUE 1997, LEVEQUE 2002] entwickelt wurde. Die beschreibenden Gleichungen werden auf einem Gitter mit einem geometrischen Block gelöst, es ist dabei eine Parallelisierung durch Gebietszerlegung möglich. CLAWPACK unterstützt die Lösung linearisierter Gleichungen, wie sie in Abschnitt 4.3 vorgestellt wurden. Für alle mit CLAWPACK durchgeführten Simulationen wurde dabei der Einfluss der mittleren Strömung vernachlässigt ($\bar{u}_i \approx 0$) [POINSOT und VEYNANTE 2001]. Weiterhin werden Gradienten der mittleren Größen gegenüber Ableitungen von akustischen Größen vernachlässigt [LEVEQUE 2002, FOGARTY und LEVEQUE 1999]. Konsistent mit der Implementierung in CLAWPACK wird hier im Unterschied zur Herleitung in Abschnitt 4.3 von dimensionsbehafteten Variablen ausgegangen. Damit ergibt sich die im Rahmen dieser Arbeit verwendete Formulierung:

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \bar{c}^2 \bar{\rho} \frac{\partial u'_j}{\partial x_j} = -\bar{c}^2 \frac{\bar{\rho}}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \quad (5.26)$$

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p'_j}{\partial x_j} = 0 \quad (5.27)$$

Es ist für die Erläuterung des Verfahrens zweckmäßig, dieses Gleichungssystem in Matrixschreibweise anzugeben:

$$\frac{\partial}{\partial t} q + \mathbf{A} \frac{\partial}{\partial x_1} q + \mathbf{B} \frac{\partial}{\partial x_2} q + \mathbf{C} \frac{\partial}{\partial x_3} q = \mathbf{S} \quad (5.28)$$

Damit können der Zustandsvektor q sowie die Matrizen $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ und die rechte Seite \mathbf{S} definiert werden. Die Matrizen repräsentieren dabei die lokalen Eigenschaften des betrachteten Fluides, diese wiederum bestimmen die lokale Ausbreitungsgeschwindigkeit sowie das

lokale Brechungsverhalten der akustischen Wellen.

$$\begin{aligned}
 q &= \begin{pmatrix} p' \\ u'_1 \\ u'_2 \\ u'_3 \end{pmatrix} & \mathbf{A} &= \begin{pmatrix} 0 & \bar{\rho}\bar{c}^2 & 0 & 0 \\ 1/\bar{\rho} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \mathbf{B} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & \bar{\rho}\bar{c}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/\bar{\rho} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \mathbf{C} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \bar{\rho}\bar{c}^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/\bar{\rho} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \mathbf{S} &= \begin{pmatrix} -\bar{c}^2 \bar{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & & & (5.29)
 \end{aligned}$$

Um die weitere Beschreibung der Methode möglichst kurz zu fassen, werden die folgenden Ableitungen für den eindimensionalen Fall und ohne thermoakustischen Quellterm angegeben. Die Matrizen \mathbf{B} und \mathbf{C} entfallen somit:

$$\frac{\partial}{\partial t}q + \mathbf{A} \frac{\partial}{\partial x}q = 0 \quad (5.30)$$

Der Zustandsvektor q beinhaltet nun nur noch den Schalldruck p' und die Schallschnelle $u'_1 = u'$, gleichzeitig reduziert sich die Matrix \mathbf{A} :

$$q = \begin{pmatrix} p' \\ u' \end{pmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & \bar{\rho}\bar{c}^2 \\ 1/\bar{\rho} & 0 \end{pmatrix} \quad (5.31)$$

Nach [LEVEQUE 2002] kann die Hyperbolizität eines Gleichungssystems gezeigt werden, indem überprüft wird, ob die Matrix \mathbf{A} diagonalisierbar ist sowie reelle Eigenwerte besitzt. Dies ist für das Gleichungssystem (5.31) erfüllt.

Das Riemann-Problem

Grundlegend für das hier vorgestellte numerische Verfahren sind spezielle Anfangsbedingungen für den Lösungsvektor q . Es handelt sich dabei um eine diskontinuierliche Verteilung, welche stückweise konstant ist, dabei jedoch einen Sprung aufweist. Der Wert links der Diskontinuität an der Zellfläche $x_{i-1/2}$ wird dabei mit Q_{i-1} bezeichnet und der Wert rechts davon mit Q_i . Die Notation ist dabei angepasst an die Bezeichnungen nach Abbildung 5.3:

$$q^0(x) = q(x, t = 0) = \begin{cases} Q_{i-1} & : x < x_{i-1/2} \\ Q_i & : x > x_{i+1/2} \end{cases} \quad (5.32)$$

Diese Diskontinuität propagiert dann mit einer charakteristischen Geschwindigkeit nach links und rechts (vgl. Abbildung 5.3), diese wird im vorliegenden Fall durch die Eigenwerte der Matrix \mathbf{A} bestimmt und entspricht der lokalen Schallgeschwindigkeit. Diese

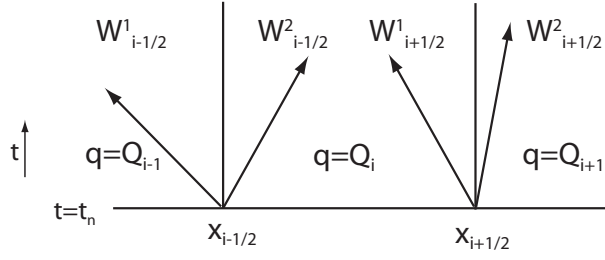


Abbildung 5.3: Darstellung von Wellen in der x, t -Ebene, welche aufgrund des Riemann-Problems an den Zellflächen entstehen. Die Wellen können dabei mit lokal unterschiedlicher Geschwindigkeit propagieren, innerhalb eines Kontrollvolumens ist diese konstant.

Propagation von Diskontinuitäten bildet die Basis für das numerische Verfahren, an jeder Zellfläche werden Riemann-Probleme gelöst. Konsistent mit der Annahme einer diskontinuierlichen Verteilung des Lösungsvektors werden die Fluideigenschaften ebenfalls als stückweise konstant angesehen. Damit repräsentieren sie für ein Kontrollvolumen einen Mittelwert. Im Rahmen des numerischen Verfahrens wird somit jedem Kontrollvolumen V_i eine Matrix \mathbf{A}_i zugewiesen, welche die Fluideigenschaften für dieses Volumen beschreibt:

$$\mathbf{A}_i = \begin{pmatrix} 0 & \bar{\rho}_i \bar{c}_i^2 \\ 1/\bar{\rho}_i & 0 \end{pmatrix} \quad (5.33)$$

Es ist ersichtlich, dass das Verfahren in Kombination mit einer Grobstruktursimulation interessant ist, da im Kontext der Grobstruktursimulation die Variablen ebenfalls einen räumlichen Mittelwert darstellen.

Die Eigenwerte der Matrix \mathbf{A}_i sind von besonderer Bedeutung für die Lösungsprozedur. Neben der erwähnten Eigenschaft der Hyperbolizität des Problems beschreiben sie auch unmittelbar die lokale Ausbreitungsgeschwindigkeit der Schallwellen. Für den hier betrachteten eindimensionalen Fall ergeben sich die Eigenwerte von \mathbf{A}_i zu:

$$\lambda_i^1 = -\bar{c}_i, \quad \lambda_i^2 = \bar{c}_i \quad (5.34)$$

Die Eigenvektoren sind gegeben durch

$$r_i^1 = \begin{pmatrix} -\bar{\rho}_i \bar{c}_i \\ 1 \end{pmatrix} \quad r_i^2 = \begin{pmatrix} \bar{\rho}_i \bar{c}_i \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.35)$$

Es wurde bereits erwähnt, dass neben der Annahme stückweise konstanter Fluideigenschaften auch der gesuchte Lösungsvektor $q(x, t)$ einen Volumenmittelwert Q_i für jedes Kontrollvolumen beschreibt. Der zum diskreten Zeitpunkt t^n vorliegende Mittelwert Q_i^n wird beim Voranschreiten in der Zeit durch die Wellen verändert, welche durch die Lösung des Riemann-Problems an den Zellflächen entstehen und entsprechend in das Kontrollvolumen propagieren. Diese Methode wird von [GODUNOV 1959] vorgeschlagen, sie wird im Verlauf dieses Abschnittes noch einmal aufgegriffen.

Im Folgenden sollen zunächst die Wellen, welche von der Diskontinuität ausgehen, bestimmt werden. Das Riemann-Problem an der Zellfläche $i - 1/2$ ergibt zwei Wellen. Eine

läuft in die Zelle $i - 1$, die zweite in die Zelle i . Die Größe der nach links (in Zelle $i - 1$) laufende Welle ist ein Vielfaches des Eigenvektors r_{i-1}^1 :

$$W_{i-1/2}^1 = \alpha_{i-1/2}^1 \begin{pmatrix} \bar{\rho}_{i-1} \bar{c}_{i-1} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.36)$$

Entsprechend gilt für die nach rechts (in Zelle i) laufende Welle:

$$W_{i-1}^2 = \alpha_{i-1/2}^2 \begin{pmatrix} \bar{\rho}_i \bar{c}_i \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.37)$$

Um die Faktoren $\alpha_{i-1/2}^1$ bzw. $\alpha_{i-1/2}^2$ und damit die Größe des Sprunges über die Welle zu bestimmen, wird die Bedingung ausgenutzt, dass die Summe der Stärken beider Wellen gerade der Größe der Diskontinuität entspricht:

$$Q_{i-1} + W_{i-1/2}^1 = Q_i + W_{i-1/2}^2 \quad (5.38)$$

Es ergibt sich ein lineares Gleichungssystem für die Faktoren α [FOGARTY und LEVEQUE 1999]. Es verbleibt noch die Bestimmung des Lösungsvektors q zum neuen Zeitpunkt t^{n+1} . Dieser wird für das Volumen i wie erwähnt nach der Methode von Godunov bestimmt:

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\lambda_i^2 W_{i-1/2}^2 + \lambda_i^1 W_{i+1/2}^1) \quad (5.39)$$

Bisher ist das Verfahren nur ein Upwind-Verfahren erster Ordnung. Unter Einbeziehung zusätzlicher Terme in (5.39) ist es möglich, ein Verfahren zweiter Ordnung zu erhalten. Für eine ausführliche Beschreibung sei erneut auf [FOGARTY und LEVEQUE 1999] verwiesen. Dieses Verfahren wurde in dieser Arbeit zusammen mit einer Limitierfunktion verwendet, welche von [VAN LEER 1974] vorgeschlagen wurde. Man erhält damit eine möglichst niedrige numerische Diffusion bei gleichzeitigem Vermeiden von numerischen Oszillationen, das Verfahren ist also in seiner Wirkung vergleichbar mit dem in Abschnitt 5.1.1 vorgestellten TVD-Verfahren. Im Allgemeinen wird für numerische, aeroakustische Verfahren eine vergleichsweise hohe Ordnung gefordert, da hier im Gegensatz zu den Navier-Stokes-Gleichungen keine physikalische Viskosität vorhanden ist. Die in CLAWPACK implementierten Verfahren sind daher geeignet, wenn die akustischen Wellen nur wenige Wellenlängen propagieren und somit das akustische Nahfeld von Interesse ist. Dies ist im Rahmen der vorliegenden Arbeit für alle Konfigurationen der Fall.

CLAWPACK basiert auf einem äquidistanten, kartesischen Gitter. Im Rahmen dieser Arbeit wurde daher das Programmpaket so erweitert, dass die Beschreibung in einem zylindrischen Koordinatensystem möglich ist, welches äquidistant in axialer Richtung sowie entlang des Umfanges ist. In radialer Richtung ist nun eine Expansion der Zellen möglich, wie es auch in FLOWSI vorgesehen ist. Die dazu eingesetzte Methodik wird von [CALHOUN et al. 2007] beschrieben. Die wesentliche Veränderung besteht darin, dass nun für jede Zelle die Normalenvektoren benötigt werden, um die Schallschnelle entsprechend in ihre Komponenten zu zerlegen. Weiterhin ist das Volumen einer Gitterzelle nicht

mehr konstant und muss entsprechend berücksichtigt werden. Die Möglichkeit der Expansion in radialer Richtung erlaubt es, bei moderater Zellanzahl sehr viel größere physikalische Gebiete abzudecken, als dies mit dem äquidistanten kartesischen Gitter in Vorgängerarbeiten [FLEMMING 2007] möglich war.

Randbedingungen

In CLAWPACK stehen Randbedingungen zur Verfügung, die eine Abstrahlung von akustischen Wellen in das Fernfeld ermöglichen sollen. Konsistent zu dem numerischen Verfahren, welches aus der Lösung von Riemann-Problemen besteht, wird an den Rändern des Rechengebietes eine Nullgradient-Randbedingung verwendet. Dies stellt sicher, dass aus den Randzellen keine Welle in das Rechengebiet hineinläuft, da durch den verschwindenden Gradienten keine Diskontinuität mehr vorhanden ist. [FLEMMING 2007] zeigt jedoch, dass dieser Ansatz nur für solche Wellen zufriedenstellend ist, welche parallel oder senkrecht zum Rechengebietsrand propagieren. Andernfalls entstehen Reflexionen am Rechengebietsrand.

Um die Randbehandlung zu optimieren, existieren viele Ansätze in der Literatur, für die vorliegende Arbeit wurde ein *Sponge Layer*-Konzept in CLAWPACK implementiert, welches für hyperbolische Systeme erster Ordnung von [KARNI 1996] vorgeschlagen wurde. Es beruht darauf, propagierende Wellen daran zu hindern, den Rechengebietsrand zu erreichen. Dies wird erreicht, indem die Eigenwerte der Systemmatrizen und damit die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen in Schichten, welche nahe der Ränder beginnen, sukzessive zum Rand hin zu Null reduziert werden. Mit diesem Verfahren konnte eine deutliche Verbesserung der Beschreibung von Abstrahlung am Rechengebietsrand erreicht werden.

5.2.2 Numerische Methoden in PIANO

Mit dem CAA-Werkzeug PIANO ist es möglich, sowohl linearisierte Euler-Gleichungen (LEE), als auch die akustischen Störgleichungen (APE, Acoustic Perturbation Equations) durch die Anwendung eines Finite-Differenzen-Verfahrens zu lösen. Das numerische Gitter besteht aus mehreren geometrischen Blöcken, es ist analog zu FASTEST eine Parallelisierung durch Verteilung der geometrischen Blöcke auf mehrere Prozessoren implementiert. Komplexe Geometrien werden von PIANO unterstützt. PIANO zeichnet sich weiterhin dadurch aus, numerische Verfahren hoher Ordnung zur Verfügung zu stellen. Dies ist begründet durch die zugrundeliegenden physikalischen Gleichungen, in welchen keine physikalische Viskosität enthalten ist und daher die numerisch bedingte Viskosität so gering wie möglich gehalten werden soll. Weiterhin sollen auch numerisch bedingte Dispersionseffekte klein gehalten werden, um die physikalische Ausbreitungsgeschwindigkeit möglichst gut zu erhalten.

Räumliche Diskretisierung

Ein Verfahren, welches Fehler aufgrund von numerischer Dispersion gering hält, ist das Dispersion-Relation-Preserving Scheme (DRP) [TAM und WEBB 1992]. Zur Approximati-

on räumlicher Gradienten dient ein Rechenstern von sieben Punkten. Für ein äquidistantes Gitter lautet die Diskretisierungsvorschrift damit:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_i = \frac{1}{\Delta x} \sum_{j=-3}^{j=3} c_j \varphi_{i+j} \quad (5.40)$$

Hiermit wäre es theoretisch möglich, ein Verfahren sechster Ordnung zu erhalten. Die Koeffizienten des Verfahrens werden jedoch durch eine Fehlerminimierung so angepasst, dass man ein Verfahren vierter Ordnung erhält, welches dafür aber den Dispersionsfehler minimiert. Die Koeffizienten c_j sind für einen symmetrischen Rechenstern innerhalb des Rechengebietes dabei wie folgt gegeben [DELFS et al. 2008]:

$$\begin{aligned} c_{-3} &= -0.020843142770 \\ c_{-2} &= 0.166705904415 \\ c_{-1} &= -0.770882380518 \\ c_0 &= 0 \\ c_1 &= -c_{-1} \\ c_2 &= c_{-2} \\ c_3 &= c_{-3} \end{aligned} \quad (5.41)$$

Zeitdiskretisierung

Konsistent mit der hohen Ordnung der räumlichen Approximation werden zur Diskretisierung des zeitlichen Fortschritts mehrstufige Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung verwendet, es stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung. Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei Verfahren angewendet: Zum Einen ein vierstufiges Verfahren und zum Anderen das von [HU et al. 1996] vorgeschlagene LDDRK-Schema (Low Dissipation and Dispersion Runge Kutta), bei welchem abwechselnd fünf bzw. sechs Stufen verwendet werden. Analog zu Abschnitt 5.1.2 sollen die Verfahren anhand einer verkürzten Schreibweise der beschreibenden Differentialgleichungen dargestellt werden:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = RHS(\Phi) \quad (5.42)$$

Das vierstufige Verfahren ist damit wie folgt gegeben:

$$\Phi^{n+1} = \Phi^n + \Delta t \sum_{i=1}^{i=4} a_i K_i \quad (5.43)$$

Darin enthalten sind die Teilschrittweiten a_i sowie die vier einzelnen Stufen K_i :

$$a_1 = \frac{1}{6}, \quad a_2 = \frac{1}{3}, \quad a_3 = \frac{1}{3}, \quad a_4 = \frac{1}{6} \quad (5.44)$$

$$\begin{aligned}
 K_1 &= RHS(\Phi) \\
 K_2 &= RHS(\Phi + \frac{1}{2}\Delta t K_1) \\
 K_3 &= RHS(\Phi + \frac{1}{2}\Delta t K_2) \\
 K_4 &= RHS(\Phi + \Delta t K_3)
 \end{aligned} \tag{5.45}$$

Das alternierende LDDRK-Schema kann in ähnlicher Weise dargestellt werden. Mit $i = 1, \dots, p$ und $p = 5, 6$ kann die Lösung zum Zeitpunkt t^{n+1} angegeben werden:

$$\Phi^{n+1} = \Phi^n + K_p \tag{5.46}$$

Der Ausdruck K_p wird für $a_1 = 0$ wie folgt berechnet:

$$K_i = \Delta t \cdot RHS(\Phi + a_i K_{i-1}) \tag{5.47}$$

Die Koeffizienten a_i können durch die zusammengefassten Koeffizienten c_i beschrieben werden, da sie durch die Summation in Gleichung (5.47) miteinander multipliziert werden:

$$\begin{aligned}
 c_2 &= a_p \\
 c_3 &= a_p a_{p-1} \\
 &\vdots \\
 c_p &= a_p a_{p-1} a_{p-2} \dots a_2
 \end{aligned} \tag{5.48}$$

Die zusammengefassten Koeffizienten c_i sind in der Tabelle 5.1 für $p = 5, 6$ angegeben.

Tabelle 5.1: Koeffizienten des LDDRK-Schemas

Stufenanzahl	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
5	1	0.5	0.166558	0.0395041	0.00781071	-
6	1	0.5	1/3!	1/4!	0.00781005	0.00132141

Sehr kleine akustische Wellenlängen können auf dem numerischen Gitter in der Regel nicht dargestellt werden. Daher gibt es in PIANO die Möglichkeit, diese durch die Filterung des Lösungsvektors zu eliminieren. Im Rahmen dieser Arbeit wurde dabei von einem Filter sechster Ordnung Gebrauch gemacht. Es hat sich bei den durchgeführten Simulationen gezeigt, dass diese Maßnahme deutlich zur Stabilität der Berechnungen beiträgt.

Randbedingungen

Es stehen in PIANO prinzipiell zwei Typen von Randbedingungen zur Verfügung. Zum einen können Wände abgebildet werden, zum anderen sind verschiedene Möglichkeiten zur Abbildung von Abstrahlung in das Fernfeld implementiert.

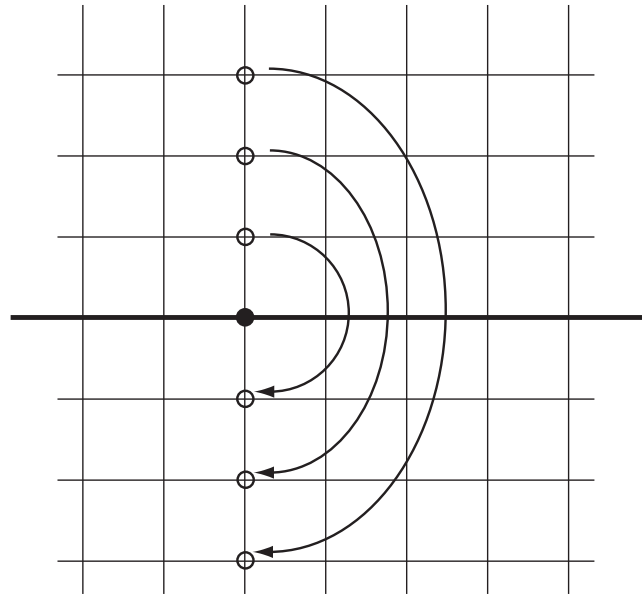


Abbildung 5.4: Rechenstern für einen Randknoten des akustischen Gitters im Fall der Spiegelung von Punkten in die Wand. Der betrachtete Randknoten ist als ausgefüllter Kreis dargestellt. Die dicke Linie kennzeichnet den Rand des Rechengebietes.

An Wänden wird das *ghost point concept* von [TAM und DONG 1994] verwendet. Hier wird an einem zusätzlichen Knoten, welcher sich in der Wand befindet, der Schalldruck p' so bestimmt, dass

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \quad (5.49)$$

erfüllt ist, was einer Normalengeschwindigkeit von Null an der Wand entspricht. Es zeigt sich in der Praxis, dass die Berechnung in der Nähe von Wänden oftmals von numerischen Instabilitäten begleitet wird. Verantwortlich dafür kann der verwendete Filter sechster Ordnung für den Lösungsvektor sein. An der Wand kann dabei kein symmetrischer Rechenstern für den Filter erzeugt werden [DELFS et al. 2008]. Eine in dieser Arbeit verwendete Option sieht vor, die Werte in Wandnähe künstlich in die Wand zu spiegeln (Abbildung 5.4). Durch diese künstliche Erweiterung des Rechengebietes kann nun wiederum ein symmetrischer Filter verwendet werden. Diese Maßnahme war insbesondere für eingeschlossene Konfigurationen mit vielen Wandflächen (vgl. Abschnitt 7.3) notwendig. Zur Beschreibung der Abstrahlung von Schall in das Fernfeld, entsprechend einer nichtreflektierenden Randbedingung, wurde zum Einen die Abstrahlrandbedingung nach [TAM und WEBB 1992] verwendet. Zum Anderen wurde noch ein in PIANO zur Verfügung stehendes Sponge Layer-Konzept eingesetzt.

5.3 Kopplungsstrategien

In diesem Abschnitt werden die realisierten Kopplungen der unterschiedlichen Löser näher erläutert. Die einfachste denkbare Variante ist die Verwendung eines identischen numerischen Gitters für den Strömungslöser wie auch für den Akustiklöser, man spricht auch von einem monolithischen Ansatz. Für die Berechnung von reiner Schallemission ohne Rückkopplungseffekte ist ein solcher Ansatz jedoch nicht besonders effizient. Es ist vielmehr wünschenswert, dass das akustische Rechengebiet deutlich größer als das Gebiet der Strömungssimulation ist. Dies ist begründet durch die sehr unterschiedlichen Skalen von Strömung und Akustik. Die auftretenden akustischen Wellenlängen können dabei mehrere Meter betragen. Die Strömungssimulation hingegen sollte auf den Bereich starker Inhomogenitäten und damit den Bereich von Lärmquellen beschränkt sein, da der Strömungslöser in der Regel deutlich mehr Rechenzeit in Anspruch nimmt. Eine solche Kopplung wurde mit FLOWSI und CLAWPACK realisiert und wird in Abschnitt 5.3.1 näher beschrieben.

Im Falle einer hybriden Beschreibung von Strömung und Akustik in eingeschlossenen Systemen, wie es in Brennkammern der Fall ist, ist diese klare Trennung der Skalen nicht eindeutig gegeben. Daher ist es hier eher gerechtfertigt, gleiche Gitter bzw. Rechengebiete für beide Löser zu verwenden. Ein sehr eleganter Ansatz besteht darin, ein physikalisches Mehrgitterverfahren zu verwenden. Der Name leitet sich von dem in einigen Strömungslösern verwendeten Mehrgitterverfahren [SCHÄFER 2006] ab, welche zur effizienten numerischen Lösung des Gleichungssystems eingesetzt werden. Es wird ein Basisgitter verwendet sowie je nach Ansatz ein bis mehrere zusätzliche Gitter, die eine gröbere Auflösung in alle Koordinatenrichtungen besitzen, in der Regel wird die Auflösung mit jeder Gitterstufe halbiert.

Dies kann man sich für einen effizienten hybriden LES/CAA-Ansatz zu Nutze machen, indem beispielsweise ein in seiner Auflösung halbiertes Gitter für die Akustiksimulation zum Einsatz kommt. Bedingt durch die Halbierung ergibt sich im dreidimensionalen Fall eine Ersparnis an Gitterpunkten um den Faktor acht. Dies geht zwar einher mit einem Verlust an Frequenzauflösung, die interessierenden Wellenlängen liegen jedoch häufig über den typischen Gitterabmessungen. Im Rahmen der Arbeiten mit FASTEST und PIANO wurde sowohl ein monolithischer Ansatz als auch ein physikalisches Mehrgitterverfahren implementiert. Beide Verfahren wurden anhand einfacher Testfälle erfolgreich verifiziert, eine Berechnung eines technischen Verbrennungssystems mit dem physikalischen Mehrgitterverfahren wurde jedoch im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht mehr durchgeführt. In Abschnitt 5.3.2 wird die Kopplung der Löser FASTEST und PIANO detailliert dargestellt.

5.3.1 Kopplung von FLOWSI und CLAWPACK

Es wurde bereits erwähnt, dass der Akustiklöser CLAWPACK auf einem Finite-Volumen-Verfahren beruht. In Kombination mit der Erweiterung von CLAWPACK für zylindrische Gitter werden somit die Strömungsgrößen wie auch die akustischen Variablen am gleichen physikalischen Ort gespeichert. Es ist keine Interpolation der Größen notwendig. Die Berechnungsgebiete von FLOWSI und CLAWPACK unterscheiden sich hinsichtlich

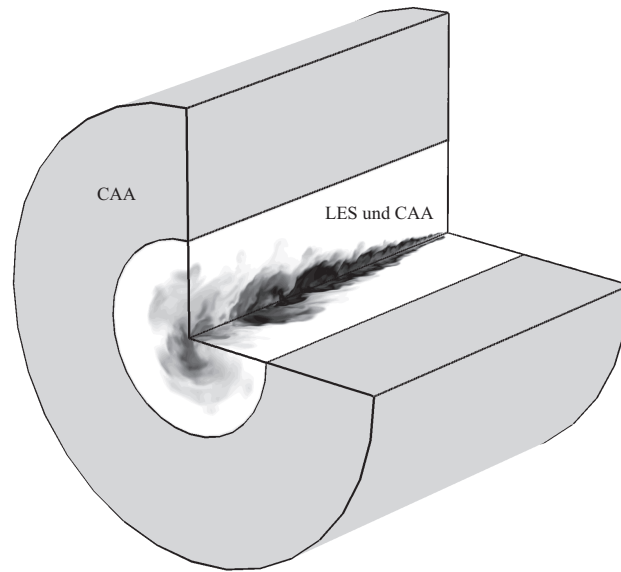


Abbildung 5.5: Darstellung der unterschiedlichen Berechnungsgebiete von FLOWSI und CLAWPACK. Die Grobstruktursimulation erfasst dabei das Quellgebiet, angedeutet durch die instantane Schallgeschwindigkeit.

der radialen Ausdehnung, dies ist in Abbildung 5.5 illustriert. Außerhalb des Gebiets der Grobstruktursimulation wird ein homogenes Medium bei Umgebungsbedingungen (entsprechend den Stoffeigenschaften bei einem Mischungsgrad von $f = 0$) für die Akustiksimulation zugrunde gelegt. Die Definition des Bereichs der Überlappung ist dabei stark fallabhängig, im Allgemeinen sollten Bereiche akustischer Quellen sowie Bereiche inhomogener Schallgeschwindigkeit von dem Rechengebiet der Grobstruktursimulation abgedeckt werden.

In beiden Lösern ist die erreichbare Zeitschrittweite durch numerische Stabilitätskriterien (CFL-Zahl) begrenzt. Die maßgebliche Größe für die Grobstruktursimulation ist dabei eine konvektive Geschwindigkeit, während für die Akustiksimulation die Schallgeschwindigkeit entscheidend ist. Es zeigt sich in der Praxis, dass somit immer mehrere Akustik-Subschritte innerhalb eines LES-Zeitschrittes notwendig sind. Daher wird der thermoakustische Quellterm in zwei Zeitebenen vorgehalten, um im Verlauf der Akustik-Subschritte zwischen diesen interpolieren zu können.

Nachfolgend wird für eine bessere Übersicht das numerische Verfahren anhand des Ablaufes eines Zeitschrittes dargestellt. Für eine detaillierte Beschreibung des Prediktor-Korrektor-Verfahrens sei erneut auf Kempf [KEMPF 2003] verwiesen.

1. Speichern der Dichte $\bar{\rho}^n$, um nach dem Strömungszeitschritt den thermoakustischen Quellterm $\frac{\bar{p}}{\rho} D\rho/Dt$ berechnen zu können
2. Prediktorschritt: Berechne den Mischungsgrad \tilde{f}^{n+1} durch Skalartransport mit noch unkorrigierten Geschwindigkeiten $\tilde{u}_i^{n,*}$

3. Zugriff auf die Chemietabelle zur Berechnung von vorläufiger Dichte $\bar{\rho}^{n+1,*}$, Viskosität $\tilde{\nu}^{n+1}$ und weiteren skalaren Größen
4. Anwendung des Druckkorrekturverfahrens zur Berechnung der korrigierten Geschwindigkeiten \tilde{u}_i^n
5. Korrektorschritt: Berechne den Mischungsgrad \tilde{f}^{n+1} durch Skalartransport mit korrigierten Geschwindigkeiten \tilde{u}_i^n , Berechnung der korrekten Dichte $\bar{\rho}^{n+1}$
6. Impulstransport: Berechnung der vorläufigen Geschwindigkeiten $\tilde{u}_i^{n+1,*}$
7. Berechne thermoakustischen Quellterm S^n
8. Durchführung der Akustik-Subschritte zur Berechnung der neuen akustischen Lösung q^{n+1}

Die Parallelisierung des integrierten Gesamtsimulationswerkzeugs erfolgt durch Unterteilung des zylindrischen Gebietes in Teilstücke, in der Regel wurde eine Aufteilung für vier Prozessoren gemacht. Hiermit ergaben sich Rechenzeiten in der Größenordnung von zehn Tagen für einen Fall.

5.3.2 Kopplung von FASTEST und PIANO

Das CAA-Werkzeug PIANO beruht auf einem Finite-Differenzen-Verfahren, bei welchem die akustischen Variablen auf den Ecken des numerischen Gitters gespeichert werden. Daher ist auch bei einem monolithischen Ansatz eine Interpolation der Strömungsgrößen und des thermoakustischen Quellterms notwendig, da diese an den Zentren der Kontrollvolumina vorliegen (vgl. Abbildung 5.6). Es wurde daher ein Interpolationsverfahren in die entwickelte LES/CAA-Schnittstelle implementiert, das auf der *Inverse Distance Method* [SHEPARD 1968] beruht. Diese wurde ausgewählt, da sie sowohl für strukturierte als auch unstrukturierte Gitter flexibel einsetzbar ist und somit auch für die Verwendung von PIANO in Kombination mit dem Strömungslöser PRECISE-unstructured (Rolls-Royce Deutschland) geeignet ist. Die mathematische Beschreibung der Inverse Distance Method lautet wie folgt:

$$F(x, y, z) = \sum_{i=1}^n w_i f_i \quad (5.50)$$

$F(x, y, z)$ stellt dabei die interpolierte Größe dar. Auf der rechten Seite werden die Werte der Nachbarpunkte multipliziert mit ihren Interpolationsgewichten. Die Interpolationsgewichte berechnen sich gemäß

$$w_i = \frac{h_i^{-p}}{\sum_{j=1}^n h_j^{-p}} \quad (5.51)$$

Der Exponent p wird in der Regel zu $p = 2$ gesetzt. Die Abstände sind schließlich definiert durch

$$h_i = \sqrt{(x - x_i)^2 (y - y_i)^2 (z - z_i)^2} \quad (5.52)$$

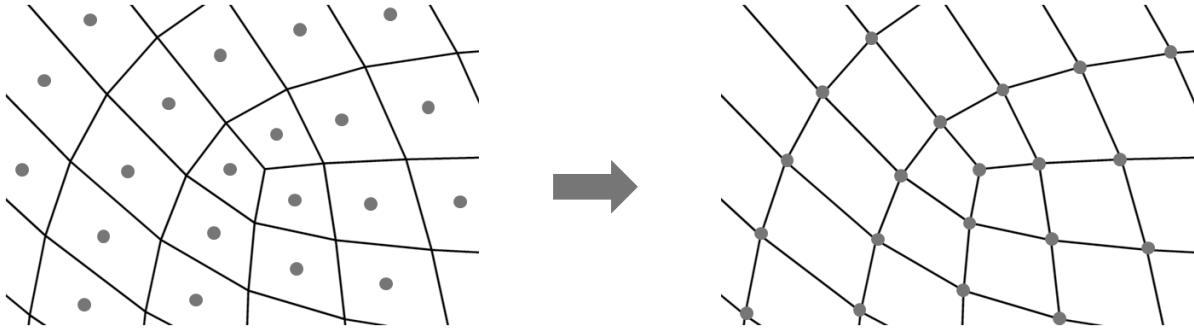


Abbildung 5.6: Speicherorte der physikalischen Variablen für die Strömungssimulation mit FASTEST (links) und für die Akustiksimulation mit PIANO (rechts) bei ansonsten identischem numerischen Gitter.

Analog zur Kopplung von FLOWSI und CLAWPACK werden auch für die Kopplung von FASTEST mit PIANO mehrere Akustik-Subschritte berechnet. Es werden wiederum zwei Zeitebenen vorgehalten und linear zwischen diesen interpoliert.

Die Parallelisierung erfolgt wie in Abschnitt 5.1.6 und 5.2.2 beschrieben durch Aufteilung der geometrischen Blöcke auf die Prozessoren. Sowohl für den Fall gleicher Gitter als auch bei Verwendung des physikalischen Mehrgitterverfahrens erfolgt die Verteilung in PIANO analog zu der für FASTEST erstellten Aufteilung, da mit FASTEST zum Beginn der Berechnung quantitativ festgestellt werden kann, wie effizient die Verteilung der (in der Regel sehr unterschiedlich großen) Blöcke auf die Prozessoren ist. Im Vergleich zu FLOWSI ist der Löser FASTEST deutlich rechenzeitintensiver (um etwa den Faktor zehn), daher ist gerade in Kombination mit PIANO eine stärkere Parallelisierung notwendig. Es wurden bis zu 64 Prozessoren eingesetzt. Eine typische Konfiguration konnte im Rahmen dieser Arbeit in drei bis vier Wochen berechnet werden.

5.3.3 Rückkopplung der Akustik

Es wurde bereits angesprochen, dass die akustische Lösung im Fall der thermoakustischen Instabilität einen großen Einfluss auf die Strömung bzw. Verbrennung haben kann. Daher wurden im Rahmen dieser Arbeit zwei Modelle zur Rückkopplung der akustischen Lösung in FASTEST und PIANO implementiert und analysiert. Der erste Ansatz besteht darin, den in das System eintretenden Luftmassenstrom zu modulieren unter Verwendung des am Eintritt vorliegenden akustischen Feldes. Es liegt dabei nahe, der Eintrittsgeschwindigkeit die Schallschnelle zu überlagern, da diese ein Maß für die Geschwindigkeitsschwankung aufgrund von akustischen Wellen darstellt. Berücksichtigt man noch turbulente Fluktuationen, so ergibt sich die momentane Eintrittsgeschwindigkeit zu

$$u_{i,ein} = u_{i,mittel} + u_{i,turb.} + u'_i \quad (5.53)$$

In der Literatur existieren ähnliche Ansätze, die ebenfalls auf der Beeinflussung von Eintrittsbedingungen beruhen. [ANGELBERGER et al. 2000] schlagen vor, den eintretenden Massenstrom mit einer definierten Frequenz zu modulieren, welche aus dem Experiment als Frequenz einer instabilen Mode bereits bekannt ist. In Abschnitt 7.3.5 werden Berechnungen unter Berücksichtigung der Rückkopplung der Schallschnelle vorgestellt.

Der zweite Ansatz besteht darin, einen modellierten Quellterm für die Impulsgleichungen zu formulieren, welcher aus akustischen Größen gebildet wird. Ein solcher Ansatz wird beispielsweise von [DUWIG et al. 2005] vorgeschlagen, es werden jedoch keine Berechnungen präsentiert. Der modellierte Term besteht aus dem Gradienten der akustischen Druckfluktuation $\partial p'/\partial x_i$, dieser wird somit dem hydrodynamischen Druckgradienten aufgeprägt. Die modellierte Impulsgleichung ist mit diesem Term wie folgt gegeben:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{\rho}\tilde{\nu} \left(\frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3}\bar{\rho}\tilde{\nu} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial p'}{\partial x_i} \quad (5.54)$$

Es ist im Rahmen des numerischen Verfahrens zu beachten, dass eine Reinterpolation des Schalldruckes notwendig ist, da der akustische Druckgradient an den Zentren der Kontrollvolumina vorliegen soll. Hierzu wird in Anlehnung an die vorgestellte Inverse Distance Method eine Mittelung der acht nächsten Nachbarpunkte vorgenommen, diese liegen dabei direkt an den Ecken der Kontrollvolumina vor. Es zeigt sich in der Praxis, dass eine direkte Beschreibung nach Gleichung (5.54) sehr schnell zu numerischen Instabilitäten führt. Dies kann zurückgeführt werden auf hochfrequente Anteile in der akustischen Druckfluktuation, welche durch den modellierten Rückkopplungsterm unmittelbar auf den Strömungslöser einwirken. Es ist daher eine Verminderung des Einflusses der akustischen Druckfluktuation notwendig. Dies wird erreicht, indem der modellierte Rückkopplungsterm mit einem Faktor α skaliert wird:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{\rho}\tilde{\nu} \left(\frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3}\bar{\rho}\tilde{\nu} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \alpha \frac{\partial p'}{\partial x_i} \quad (5.55)$$

Es sind dabei Werte $\alpha \approx 10^{-2}$ notwendig. Die vorgeschlagenen Ansätze zur Rückkopplung der Akustik werden im Rahmen dieser Arbeit auf ein technisch relevantes Verbrennungssystem angewandt, diese Berechnungen werden in Abschnitt 7.3 präsentiert.

Kapitel 6

Generische Testfälle

Die im Rahmen dieser Arbeit eingesetzten Simulationswerkzeuge sind durch die Dokumentation zahlreicher Anwendungsfälle in der Literatur bereits ausreichend validiert. Für die integrierten Gesamtsimulationswerkzeuge sowie den für zylindrische Gitter erweiterten Löser CLAWPACK waren daher zunächst lediglich Verifizierungen der Implementierungen durchzuführen. Neben den Verifizierungen wurden verschiedene generische Testfälle berechnet, in diesem Kapitel werden ausgewählte Beispiele dieser Berechnungen dargestellt.

In Abschnitt 6.1 werden zunächst anhand eines qualitativen Beispiels die Fähigkeiten von PIANO bezüglich der Konvektion von Schallwellen dargestellt. Weiterhin wurden mit FASTEST und PIANO auch eingeschlossene Konfigurationen berechnet, daher ist die korrekte Beschreibung von Reflexionen akustischer Wellen durch den Akustiklöser von Bedeutung. Die hierzu berechneten Fälle werden in den Abschnitten 6.2 und 6.3 erläutert.

6.1 Monopol mit Konvektion

Der Berechnung von Verbrennungslärm liegt häufig die Annahme zugrunde, dass die Strömungsgeschwindigkeit sehr viel kleiner als die Schallgeschwindigkeit ist ($Ma \ll 1$, vgl. auch Kapitel 4). Damit einhergehend können konvektive Terme in den linearisierten Gleichungen vernachlässigt werden. Die Annahme einer niedrigen Machzahl ist fundamental für diese Arbeit, eine Vernachlässigung der Konvektion von Schallwellen kann jedoch unter Umständen eine drastische Vereinfachung sein. Da es mit PIANO prinzipiell möglich ist, dieses Phänomen zu beschreiben, wurden für alle mit PIANO durchgeführten Simulationen von Verbrennungslärm die konvektiven Terme berücksichtigt.

Der Einfluss soll anhand einer Simulation eines Monopols demonstriert werden. Das zugrundeliegende Gitter bildet dabei einen Würfel mit $50 \times 50 \times 50$ Zellen ab, eine Kantenlänge des Würfels beträgt vier Meter. Die linearisierten Euler-Gleichungen werden angeregt durch einen sinusförmigen Quellterm, die Frequenz der Schwingung beträgt $f_0 \approx 541.1 Hz$. Dies ergibt sich durch die Vorgabe einer Wellenzahl $k = 10 m^{-1}$ und der Beziehung $k = 2\pi f_0 / c_0$. Die Schallgeschwindigkeit wird zu $c_0 = 340 m/s$ gesetzt. An den Rändern des Rechengebietes wird die in Abschnitt 5.2.2 angesprochene Abstrahl-Randbedingung verwendet. In Abbildung 6.1 ist der resultierende Schalldruck für den Fall einer ruhenden Strömung dargestellt, man erhält das erwartete sphärische Ausbreitungsmuster. Ebenfalls dargestellt ist ein Amplitudenspektrum einer Zeitreihe des Schalldruckes.

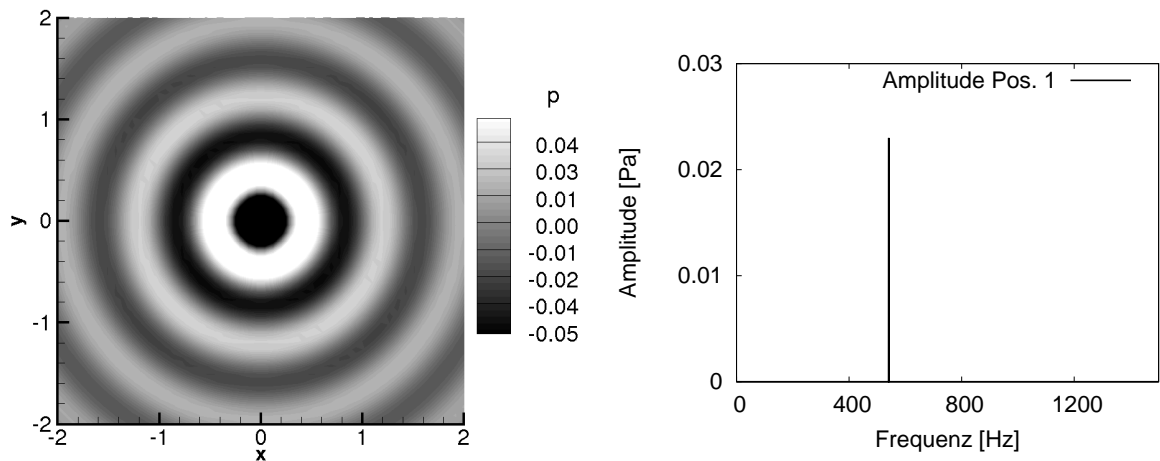


Abbildung 6.1: Instantanes Schallfeld bei ruhender Strömung (links) und Amplitudenspektrum einer Zeitreihe des Schalldruckes an einer ausgewählten Position (rechts).

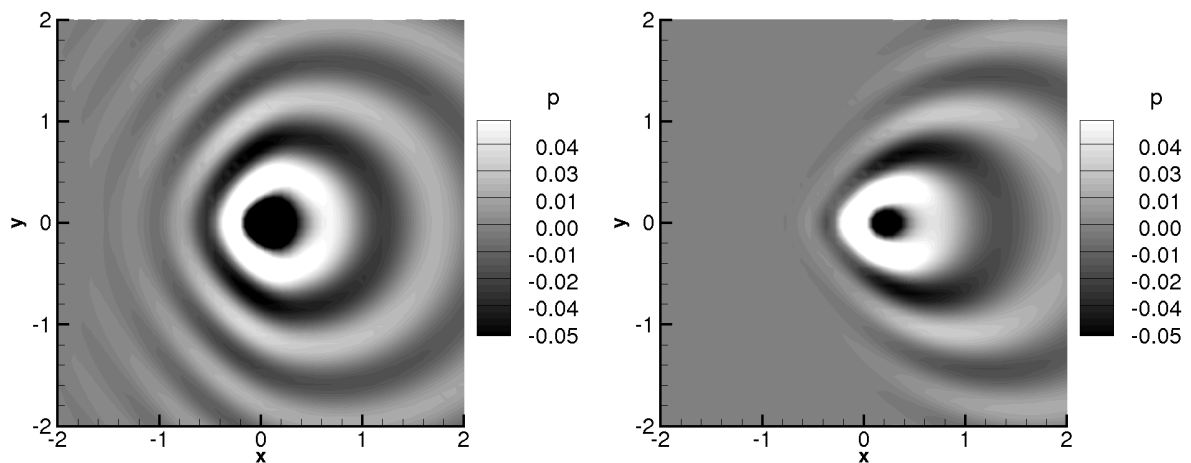


Abbildung 6.2: Schallfeld in gleichförmiger Strömung: Machzahl $Ma = 0.5$ (linke Seite) und Machzahl $Ma = 1.0$ (rechte Seite).

Es kann dabei festgestellt werden, dass die Frequenz der Anregung exakt wiedergegeben wird, wie es zu erwarten ist. Neben der Simulation mit einer ruhenden Strömung wurden noch Berechnungen durchgeführt, bei welchen die Strömung sich gleichförmig mit $Ma = 0.5$ bzw. $Ma = 1.0$ bewegt. Die sich für diese Fälle ergebenden Schallfelder sind in Abbildung 6.2 dargestellt, die Anströmung erfolgt dabei von der linken Seite. Man kann erkennen, dass sich die Schallwellen im Fall der subsonischen Strömung noch nach links

ausbreiten können. Der Einfluss der Konvektion auf das Schallfeld ist deutlich erkennbar. Im Falle der sonischen Strömung ist dies nicht mehr möglich, hier entsteht somit links von der Schallquelle ein Bereich, in den die Schallwellen nicht mehr vordringen können.

6.2 Reflexion am Querschnittssprung

Wie angesprochen ist bei der Berechnung von eingeschlossenen Konfigurationen aus Sicht der Akustik das Reflexionsverhalten von Bedeutung. Reflexionen von Schallwellen geschehen dabei nicht nur an festen Wänden, sondern beispielsweise auch an abrupten Querschnittssprüngen von Kanälen und Rohren. Die Abbildung fester Wände ist in PIANO hinreichend validiert und wird hier nicht näher betrachtet. Die Berechnung eines Querschnittsüberganges wurde hingegen numerisch abgebildet und untersucht. Ein solcher Übergang findet sich auch in der in Abschnitt 7.3 untersuchten Konfiguration jeweils am Einlass und am Austritt wieder. Aus physikalischer Sicht gilt dabei die Randbedingung $p = p_0$, wenn nach dem Querschnittssprung ein großer Raum, beispielsweise die Umgebung zur Verfügung steht. Dies ist gleichbedeutend mit einem verschwindenden Schalldruck p' am Querschnittssprung [POINSOT und VEYNANTE 2001]. Damit entspricht ein Einlass bzw. Auslass mit Querschnittsänderung einem Knoten im Schalldruck, hier findet also eine Reflexion der Schallwellen statt. Um einen Querschnittssprung aus der Sicht der Akustik berechnen zu können, muss ein Teil des Bereiches nach dem Sprung mit in das Rechengebiet aufgenommen werden, um die Beugung der Schallwellen am Querschnittsübergang zu ermöglichen. Dies ist in Abbildung 6.3 schematisch dargestellt. Um nun das

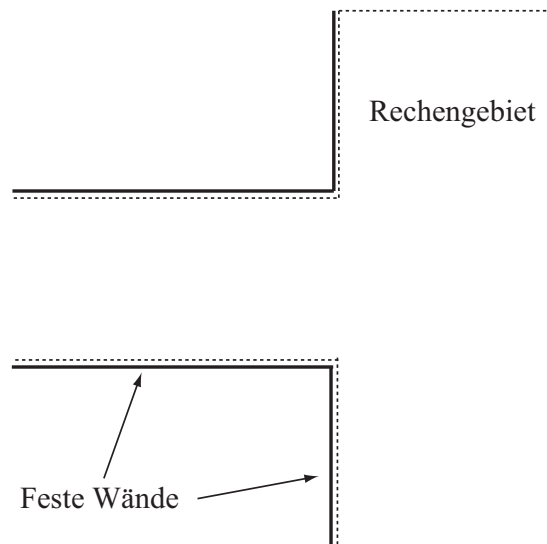


Abbildung 6.3: Schematische Darstellung des akustischen Rechengebietes, welches verwendet wird, um die Beugung von Schallwellen an einem Querschnittssprung zu erfassen und somit das Reflexionsverhalten dort beschreiben zu können.

Reflexionsverhalten dort zu bewerten, wird vor dem Querschnittssprung eine ebene Schallwelle initialisiert. Diese propagiert dann auf den Querschnittssprung zu. In Abbildung 6.4 ist die zeitliche Entwicklung des Schalldruckes dargestellt. Es ist zu erkennen, dass am

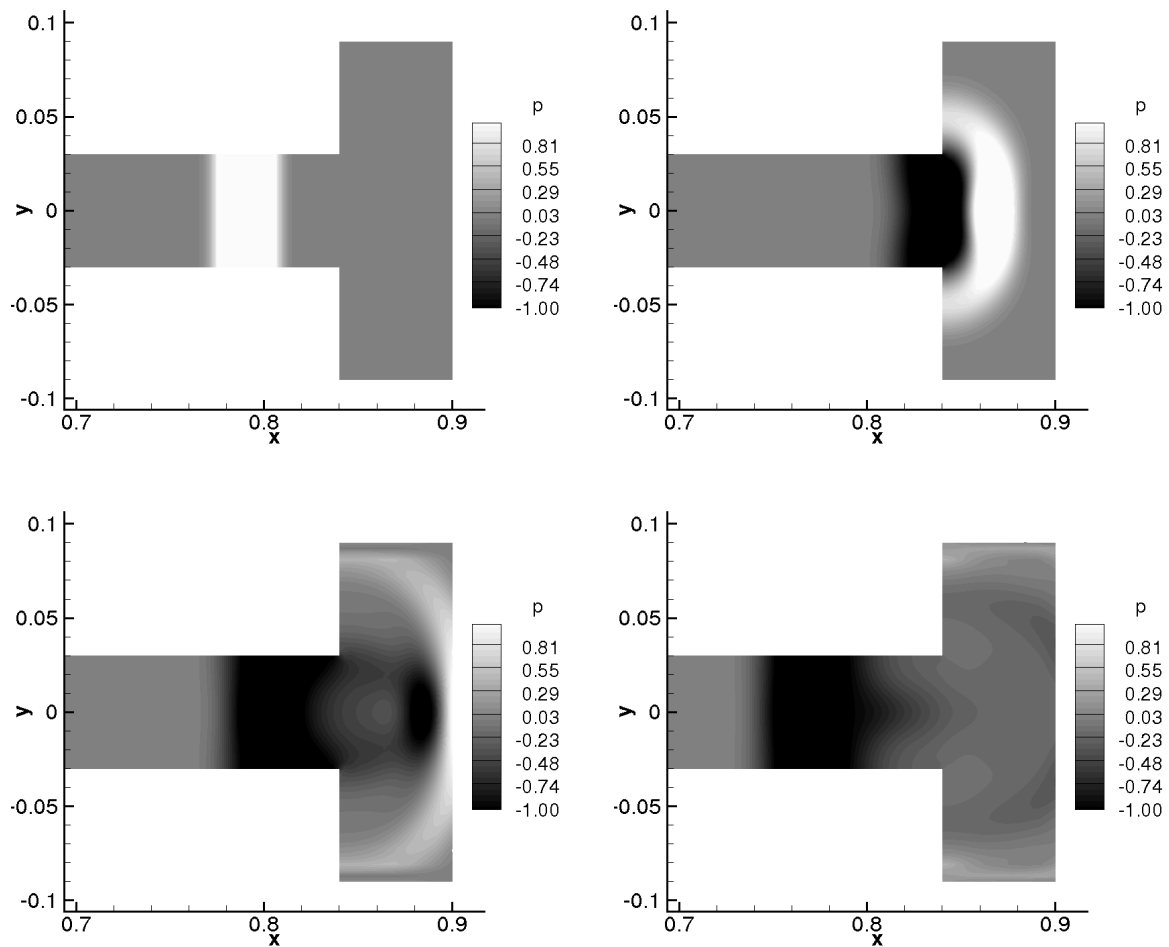


Abbildung 6.4: Zur zeitlichen Entwicklung einer ebenen Schallwelle beim Passieren eines Querschnittssprungs. Dargestellt ist der Schalldruck in dimensionsloser Form.

Querschnittssprung die erwartete Beugung eintritt. Weiterhin beobachtet man eine zurücklaufende Welle, anhand des veränderten Vorzeichens ist auch ersichtlich, dass eine Phasenumkehr stattgefunden hat. Mithilfe des untersuchten Testfalles wird klar, dass es mit dem Werkzeug PIANO möglich ist, akustische Reflexionen am Querschnittssprung numerisch abzubilden.

6.3 Modalanalyse

Bei der numerischen Beschreibung thermoakustischer Instabilitäten sind die akustischen Moden und die dazugehörigen Eigenfrequenzen des betrachteten Verbrennungssystems von großer Bedeutung, da in der Regel eine solche Mode durch eine thermoakustische Instabilität angeregt wird. Um die Fähigkeiten von PIANO bezüglich der Beschreibung von akustischen Moden zu überprüfen, wurde eine geeignete Konfiguration analytisch und numerisch untersucht. Die Konfiguration besteht dabei aus einer zurückspringenden Kante

sowie zwei Querschnittssprüngen, welche als akustischer Abschluss dienen. Sie ist geometrisch sehr ähnlich zu dem in Abschnitt 7.3 untersuchten technischen Verbrennungssystem, daher kann die Berechnung wichtige Hinweise für das Verhalten dieser Systeme liefern. Die Konfiguration ist in Abbildung 6.5 schematisch dargestellt, im Besonderen sind wichtige Größen für die Ausführungen im nächsten Abschnitt dargestellt. Aus Sicht der Akustik

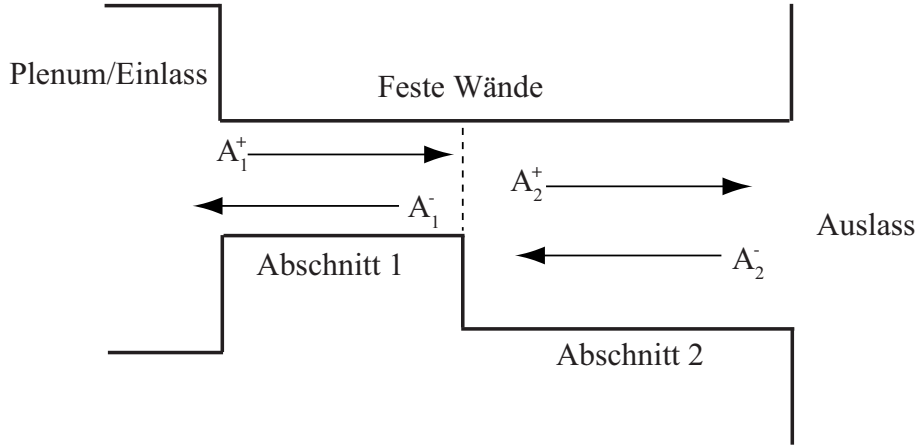


Abbildung 6.5: Schematische Darstellung der Konfiguration zur analytischen und numerischen Untersuchung akustischer Eigenfrequenzen eines Verbrennungssystems.

kann das System in zwei Kanäle mit jeweils konstantem Querschnitt unterteilt werden. Es können für eine analytische Betrachtung einfache Randbedingungen an den Querschnittssprüngen am Ein- und Auslass definiert werden, sowie eine Übergangsbedingung an der zurückspringenden Kante. Wie im nächsten Abschnitt dargestellt wird, ist es damit möglich, die akustischen Eigenfrequenzen für ein solches System analytisch zu bestimmen. Anschließend wird in Abschnitt 6.3.2 erläutert, wie diese Eigenfrequenzen numerisch bestimmt werden, es erfolgt ein Vergleich zwischen analytischer Lösung und numerischen Ergebnissen.

6.3.1 Analytische Eigenfrequenzbestimmung

Um zu einer analytischen Lösung für die Eigenfrequenzen des Systems zu gelangen, sind einige vereinfachende Annahmen erforderlich, die im Folgenden aufgeführt sind:

- Ruhende Strömung $u_i = 0$
- Homogenes akustisches Medium $c = c_0$
- Beschränkung auf longitudinale Moden
- Bekannte Reflexionskoeffizienten am Einlass und am Austritt

Für eine detaillierte Beschreibung der Methode sei auf [POINSOT und VEYNANTE 2001] verwiesen, hier sollen nur die wichtigsten Merkmale dargestellt werden. Durch die Beschränkung auf longitudinale Moden ergibt sich für den Abschnitt j mit $j = 1, 2$ des Systems der folgende harmonische Ansatz für den Schalldruck:

$$p'_j = A_j^+ e^{ik(z-z_j)-\omega t} + A_j^- e^{-ik(z-z_j)-\omega t} \quad (6.1)$$

Da bei dem vorliegenden Beispiel ebene Wellen betrachtet werden, ergibt sich die Schallschnelle aus dem Schalldruck über die *akustische Impedanz* $\rho_0 c_0$ zu

$$u'_j = \frac{1}{\rho_0 c_0} (A_j^+ e^{ik(z-z_j)-\omega t} + A_j^- e^{-ik(z-z_j)-\omega t}) \quad (6.2)$$

Wie man erkennen kann, besteht der Ansatz aus einer nach rechts und einer nach links laufenden Welle, die dazugehörigen Amplituden sind mit A_j^+ und A_j^- bezeichnet, während z die Koordinate entlang der Ausbreitungsrichtung ist.

Mit der Formulierung von Übergangsbedingungen an der zurückspringenden Kante kann eine Transfermatrix angegeben werden, welche einen Zusammenhang zwischen den akustischen Größen in beiden Abschnitten schafft. Der Schalldruck verläuft dabei kontinuierlich über die zurückspringende Kante, während sich die Schallschnelle aus Kontinuitätsgründen sprunghaft ändert:

$$p'_1 = p'_2 \quad (6.3)$$

$$S_1 u'_1 = S_2 u'_2 \quad (6.4)$$

Die Transfermatrix, welche die Amplituden im ersten und zweiten Kanalabschnitt in Relation zueinander setzt, kann nun wie folgt angegeben werden:

$$\begin{pmatrix} A_2^+ \\ A_2^- \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} A_1^+ \\ A_1^- \end{pmatrix}, \quad T = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} e^{ikl_1} (1 + \Gamma) & e^{-ikl_1} (1 - \Gamma) \\ e^{ikl_1} (1 - \Gamma) & e^{-ikl_1} (1 + \Gamma) \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Die hier verwendeten Bezeichnungen stehen für das Querschnittsverhältnis $\Gamma = S_1/S_2$ sowie für die Länge des ersten Kanalabschnittes l_1 . Um das Gleichungssystem zu schließen, benötigt man noch akustische Randbedingungen am Einlass und am Auslass. Für einen Querschnittssprung mit anschließender Expansion in einen großen Raum kann dabei eine verlustfreie Reflexion mit Phasenumkehr angenommen werden [POINSOT und VEYNANTE 2001]. Damit können an beiden Enden die Reflexionsfaktoren angegeben werden:

$$R_1 = R_2 = -1 \quad (6.6)$$

Somit ergibt sich das Verhältnis der Amplituden der nach links und rechts laufenden Wellen:

$$\frac{A_1^+}{A_1^-} = \frac{A_2^+}{A_2^-} = R_1 = R_2 = -1 \quad (6.7)$$

Es kann gezeigt werden [POINSOT und VEYNANTE 2001], dass aus dem Gleichungssystem (6.5) zusammen mit der Randbedingung (6.7) nur dann eine von null verschiedene Lösung existiert, wenn die folgende Beziehung erfüllt ist:

$$R_2 = \frac{T_{11}R_1 + T_{12}}{T_{21}R_1 + T_{22}} e^{2ikl_2} \quad (6.8)$$

In dieser Beziehung ist nun auch die Länge des zweiten Kanalabschnittes l_2 enthalten, damit finden alle wichtigen geometrischen Abmessungen Eingang in die Berechnung. Aus den Wellenzahlen k , welche Lösungen der Gleichung (6.8) darstellen, können die Eigenfrequenzen gemäß $k \cdot c_0 = \omega = 2\pi f$ berechnet werden. Da sich eine direkte Lösung von (6.8) schwierig gestaltet, wurden die Werte für k , welche die Gleichung erfüllen, iterativ bestimmt. Die das System charakterisierenden geometrischen Parameter sowie sonstige Größen sind wie folgt definiert:

- Schallgeschwindigkeit $c_0 = 340 \text{ m/s}$
- Länge des ersten Kanalabschnittes $l_1 = 0.4 \text{ m}$
- Länge des zweiten Kanalabschnittes $l_2 = 0.84 \text{ m}$
- Querschnittsverhältnis der Kanalabschnitte $\Gamma = 0.5$

In Tabelle 6.1 sind die ersten fünf Eigenfrequenzen angegeben, für welche eine analytische Lösung gefunden wurde. Die Modennummer gibt an, ob es sich um einen longitudinalen, transversalen oder eine Kombination von Moden handelt. Hier wurden entsprechend der Annahmen nur longitudinale Moden betrachtet.

Tabelle 6.1: Ergebnisse der analytischen Bestimmung von Eigenfrequenzen.

Modennummer	Wellenzahl $k \text{ [m}^{-1}\text{]}$	Eigenfrequenz $f \text{ [Hz]}$
1,0,0	2.302	126
2,0,0	5.266	287
3,0,0	7.662	418
4,0,0	9.879	539
5,0,0	12.829	700

6.3.2 Numerische Eigenfrequenzbestimmung

Im Folgenden wird das Vorgehen zur numerischen Ermittlung von Eigenfrequenzen der vorgestellten Konfiguration (siehe Abbildung 6.5) erläutert. Für die Konfiguration wurde ein dreidimensionales numerisches Gitter mit 179 000 Knoten erzeugt. Der Einlass und der Auslass sind im Rechenggebiet enthalten, um das akustische Reflexionsverhalten abbilden zu können (vgl. Abschnitt 6.2).

Tabelle 6.2: Verwendete Anregungsfrequenzen für die numerische Eigenfrequenzbestimmung.

Wellenzahl $k \text{ [m}^{-1}\text{]}$	Anregungsfrequenz $f \text{ [Hz]}$
1	55
2	109
3	164
4	219
5	273

Das System wurde mit einer Monopolquelle angeregt, dabei wurden unterschiedliche Schwingungsfrequenzen vorgegeben, welche in der Nähe der analytisch ermittelten Eigenfrequenz der ersten longitudinalen Mode ($f = 126 \text{ Hz}$) liegen. Es soll dabei untersucht

werden, ob eine akustische Eigenfrequenz des Systems zu detektieren ist. Die Anregungsfrequenzen und die korrespondierenden Wellenzahlen sind in Tabelle 6.2 zusammengestellt. Für die gegebenen Anregungsfrequenzen wurden CAA-Simulationen durchgeführt. Dabei wurden Zeitreihen an einem definierten Punkt aufgenommen und anschließend einer Fast-Fourier-Transformation (FFT) unterzogen. Die sich daraus ergebenden Spektren sind für die Fälle $k = 1, 3, 4, 5$ in Abbildung 6.6 dargestellt. Der Fall $k = 2$ ist bewusst ausgelassen, da hier die Anregungsfrequenz sehr nahe an der interessierenden Eigenfrequenz liegt und somit nicht sichergestellt ist, dass diese unterschieden werden können.

Anhand der Ergebnisse kann man erkennen, dass neben der Anregungsfrequenz immer auch eine weitere Frequenz detektiert werden kann, welche auch bei unterschiedlichen Anregungsfrequenzen konstant bleibt. Diese muss somit eine Eigenschaft des Systems sein. Man kann diese Frequenz nun mit den in Abschnitt 6.3.1 analytisch bestimmten Eigenfrequenzen für diese Konfiguration vergleichen.

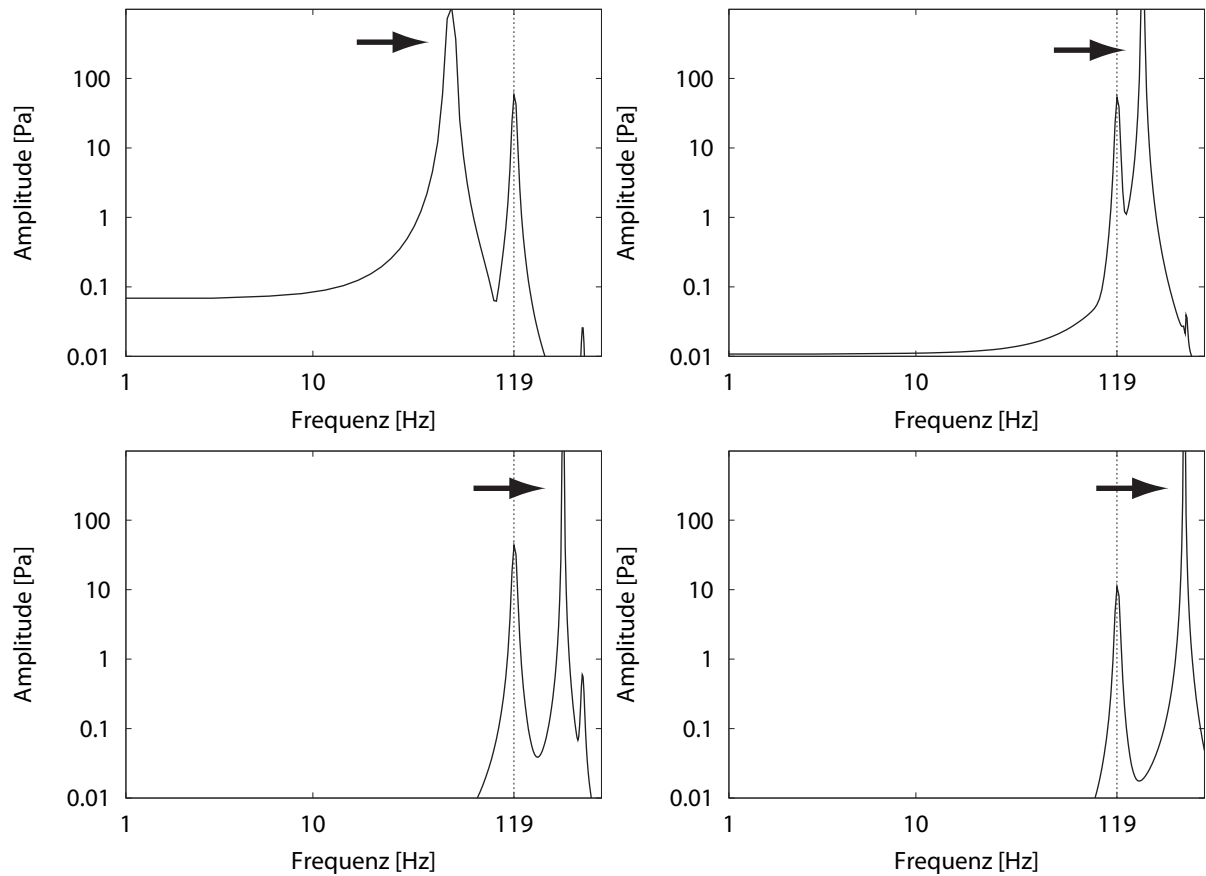


Abbildung 6.6: Spektrale Auswertung von Zeitreihen für unterschiedliche Anregungsfrequenzen. Die Anregungsfrequenz ist jeweils durch einen Pfeil hervorgehoben.

Es kann festgestellt werden, dass eine gute Übereinstimmung zwischen der analytisch bestimmten Eigenfrequenz $f_{analytisch} = 126 \text{ Hz}$ und der numerisch berechneten Eigenfrequenz $f_{numerisch} = 119 \text{ Hz}$ herrscht. Hierbei ist noch zu berücksichtigen, dass die analytisch bestimmte Eigenfrequenz prinzipbedingt etwas höher liegt, da hier eine Reflexi-

on direkt am Ende vorausgesetzt wird. Dies ist physikalisch nicht ganz korrekt, da die vorliegende Mündungsreflexion einen etwas nach außen versetzten Druckknoten ausbildet [KURZE 1968]. Dieses Verhalten kann mit der numerischen Simulation erfasst werden. Somit ist eine leichte Unterschätzung der analytischen Ergebnisse konsistent mit den dort getroffenen Annahmen.

Insgesamt kann festgestellt werden, dass die hier untersuchte Konfiguration erfolgreich simuliert werden konnte im Hinblick auf das akustische Resonanzverhalten des Systems. Es ist damit prinzipiell möglich, ein hybrides LES/CAA-Verfahren zur Beschreibung von eingeschlossenen Systemen einzusetzen.

Kapitel 7

Turbulente Verbrennungssysteme

In diesem Kapitel wird die Anwendung der entwickelten integrierten Simulationswerkzeuge auf turbulente Verbrennungssysteme beschrieben. Die untersuchten Konfigurationen sind dabei sehr unterschiedlich bezüglich der Geometrie wie auch den beobachteten physikalischen Effekten. Für alle hier vorgestellten Fälle wurden simultane Berechnungen des reagierenden Strömungsfeldes und des dazugehörigen akustischen Feldes durchgeführt.

In allen Fällen sind die behandelten Konfigurationen auch experimentell untersucht worden, es stehen Informationen über das Geschwindigkeitsfeld oder skalare Größen wie den Mischungsgrad zur Verfügung. In den meisten Fällen können beide Arten von physikalischen Größen validiert werden. Für alle berechneten Konfigurationen existieren akustische Messungen an ausgewählten Messpunkten. Die Ergebnisse der numerischen Berechnungen werden jeweils mit den experimentellen Daten verglichen, somit ist eine Aussage über die Vorhersagequalität der implementierten LES/CAA-Verfahren möglich.

7.1 Turbulente Freistrahlf Flamme (H3-Flamme)

In diesem Abschnitt werden die Berechnungen einer nicht-vorgemischten, turbulenten Freistrahlf Flamme vorgestellt, welche im Rahmen des TNF-Workshops [BARLOW 1996-2010] detailliert untersucht wurde und als H3-Flamme bezeichnet wird. Die breite experimentelle Datenbasis, welche für diese Konfiguration existiert, besteht aus Messungen des Strömungsfeldes mittels Laser-Doppler-Anemometrie (LDA) sowie der lokalen chemischen Zusammensetzung des Gemisches mittels Raman/Rayleigh- und LIF-Techniken (Laser-Induzierte-Fluoreszenz). Hiermit ist es möglich, die Grobstruktursimulation der H3-Flamme detailliert zu validieren und somit eine solide Basis für die Akustiksimulation dieses Falles zu schaffen. Das akustische Feld wurde bezüglich der spektralen Verteilung der Schallintensität im Rahmen der *Combustion Noise Initiative* vermessen, diese Messungen werden hier zur Validierung der CAA-Simulation verwendet.

Die H3-Flamme wurde in vorangegangenen Arbeiten bereits numerisch berechnet. Forkel und Janicka [FORKEL und JANICKA 2000] führen dabei eine Grobstruktursimulation der H3-Flamme durch. Aufbauend auf dieser Arbeit zeigt [KEMPF 2003] ebenfalls im Kontext der Grobstruktursimulation weiter verbesserte Vorhersagen der Konfiguration. Ein hybrides LES/CAA-Verfahren wurde angewandt von [FLEMMING et al. 2007]. Ausgangspunkt dieser Arbeit ist die Lighthillsche Analogie zur Beschreibung der Wellenausbrei-

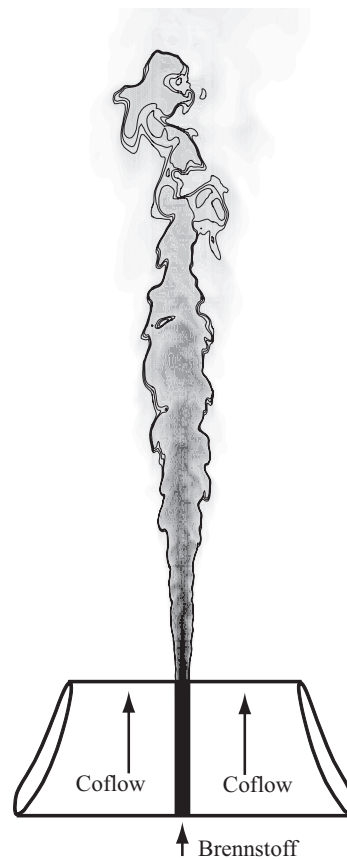


Abbildung 7.1: Darstellung des Funktionsprinzips einer turbulenten, nicht-vorgemischten Freistrahlf Flamme. Der Brennstoff tritt in gasförmiger Form in das System ein. Die Verbrennung findet bei Umgebungsdruck statt. Dargestellt ist eine Momentanaufnahme des Mischungsgradfeldes, die Isolinien kennzeichnen Bedingungen in der Nähe stöchiometrischer Mischung.

tung. [BUI et al. 2008] verwenden ebenfalls einen hybriden LES/CAA-Ansatz, die Basis bildet dabei der in Abschnitt 4.3 skizzierte Ansatz zur Beschreibung des thermoakustischen Quellterms. Im Unterschied zur vorliegenden Arbeit werden die akustischen Störgleichungen (APE) gelöst, dabei werden gute Übereinstimmungen der CAA-Simulation mit experimentellen Ergebnissen über einen großen Frequenzbereich erzielt.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden für die H3-Flamme Grobstruktursimulationen sowie akustische Berechnungen unter Verwendung der gekoppelten Löser FLOWSI und CLAWPACK durchgeführt.

7.1.1 Experimenteller Aufbau

Im Folgenden wird der experimentelle Aufbau der Konfiguration beschrieben. Die H3-Flamme besteht aus einem zentralen Brennstoffstrom, welcher durch eine runde Düse in einen Coflow (Nebenstrom) eingebracht wird, dieser führt die Verbrennungsluft zu. Die Konfiguration ist in Abbildung 7.1 dargestellt. Der verwendete Brennstoff besteht aus 50 vol% Wasserstoff (H_2) und 50 vol% Stickstoff (N_2), das Gemisch wird bei Umgebungs-

temperatur $T = 294 \text{ K}$ zugeföhrt. Es ergibt sich ein stöchiometrischer Mischungsgrad von $f_{st} = 0.31$. Der Düsendurchmesser beträgt $D = 0.008 \text{ m}$. Der Brennstoff- und der Oxidatorstrom treten mit einer mittleren Geschwindigkeit von 34.8 m/s bzw. 0.2 m/s in die Konfiguration ein. Die Reynoldszahl wird mit dem Düsendurchmesser sowie den Stoffeigenschaften des Brennstoffes am Eintritt gebildet und beträgt $Re = 10\,000$. Die Viskosität des Brennstoffes beträgt $\nu_{Br} = 2.74 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$.

7.1.2 Numerischer Aufbau

Das in FLOWSI für den vorliegenden Fall verwendete numerische Gitter besteht aus 752 Zellen in axialer Richtung sowie 32 Zellen in Umfangsrichtung und 80 Zellen in radialer Richtung, es ergeben sich ca. $1.9 \cdot 10^6$ Gitterzellen. In axialer Richtung und entlang des Umfanges ist das numerische Gitter äquidistant. In radialer Richtung sind von der Achse bis zum Düsenaußenradius 5 Zellen äquidistant verteilt, außerhalb der Düse werden die Gitterzellen in radialer Richtung kontinuierlich erweitert. Die Düse ist zum Teil in das Rechengebiet integriert, die letzten zehn Millimeter sind dabei berücksichtigt. Die Düse selbst wird mit der Technik der immersed boundaries (vgl. Abschnitt 5.1.5) abgebildet. In axialer Richtung wird ein Bereich von 0.75 m abgedeckt, während die Abmessungen in radialer und azimuthaler Richtung 0.2 m bzw. 2π betragen. Eine Übersicht der daraus resultierenden Auflösungen ist in Tabelle 7.1 gegeben, das Bogenmaß in Umfangsrichtung wird aus dem Teilwinkel der Zelle und dem Radius bestimmt ($\Delta y = \Delta \phi \cdot r$).

Tabelle 7.1: Abmessungen der Gitterzellen des für die H3-Flamme verwendeten Gitters.

Richtung	Auflösung
Δx	1 mm
Δy	0.157 mm – 19.6 mm
Δz	0.8 mm – 6 mm

Wie in Abschnitt 5.3 beschrieben, wurde eine Kopplung von FLOWSI und CLAWPACK implementiert, bei welcher die beiden verwendeten numerischen Gitter im Bereich der Grobstruktursimulation zusammenfallen, das Akustikgebiet jedoch einen größeren radialen Bereich abdeckt.

Für den Fall der H3-Flamme deckt das Akustik-Gitter einen Bereich von 0.53 m in radialer Richtung ab, während die axiale und azimuthale Abmessung identisch mit den Abmessungen für das LES-Gitter (siehe oben) sind. Mit diesen Abmessungen des Rechengebietes können die akustischen Messpositionen mit in dieses aufgenommen werden. Die Messpositionen befinden sich dabei auf einem Radius von 0.5 m sowie verschiedenen axialen Höhen x/D . Es ist also ein direkter Vergleich von Simulation und Experiment möglich, was eine deutliche Verbesserung zu dem von Flemming [FLEMMING 2007] vorgeschlagenen Ansatz darstellt, bei welchem aufgrund der großen Zellanzahl des verwendeten kartesischen, äquidistanten Gitters eine Erstreckung des Rechengebietes bis zu den Messpositionen aus Rechenzeitgründen nicht möglich war und daher eine Skalierung zu den Messpositionen

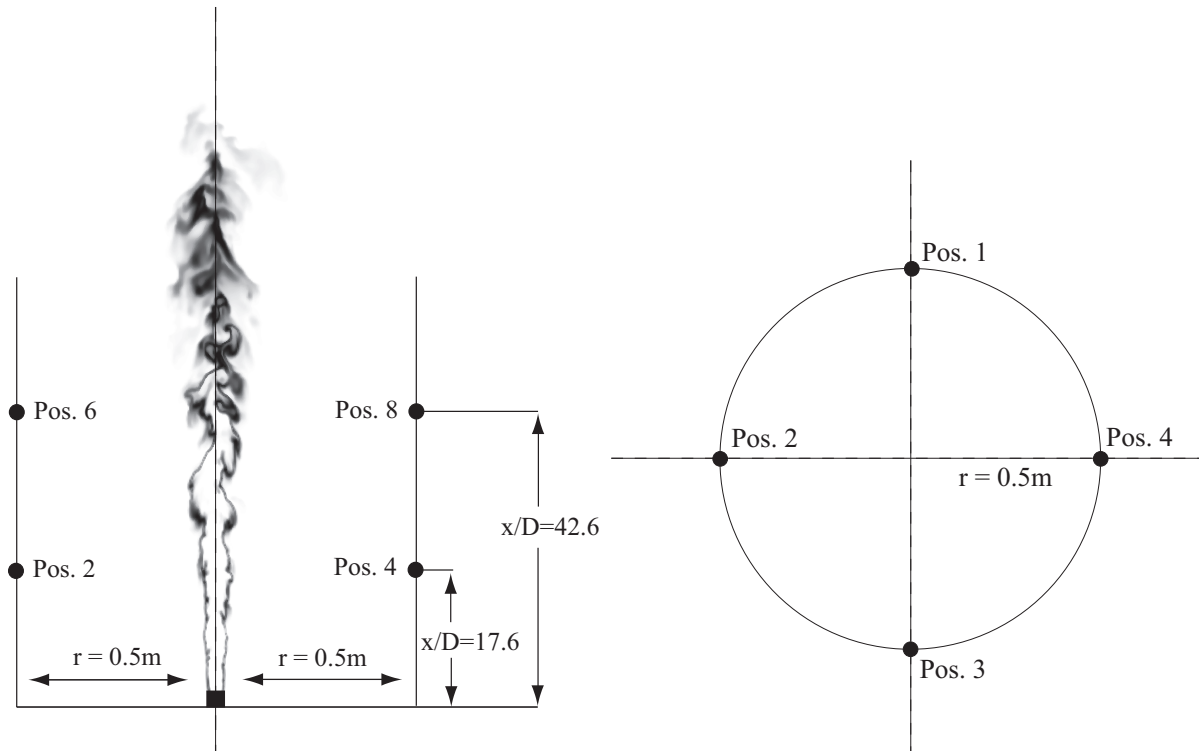


Abbildung 7.2: Lage der Positionen, an welchen Zeitreihen des Schalldruckes für spektrale Analysen des akustischen Feldes der H3-Flamme aufgenommen werden. Zur Orientierung ist eine Momentanaufnahme des OH-Massenbruchs dargestellt.

hin vorgenommen werden musste. Es werden Zeitreihen des Schalldruckes an insgesamt acht verschiedenen Positionen aufgenommen, diese sind der Abbildung 7.2 zu entnehmen. Mit 135 Zellen in die radiale Richtung sowie - analog zu dem für die Grobstruktursimulation verwendeten Gitter - 32 Zellen in azimuthaler Richtung und 752 Zellen in axialer Richtung ergeben sich 3 248 640 Zellen für die Akustiksimulation.

Die H3-Flamme ist hinsichtlich des Strömungsfeldes und der Zusammensetzung des Brennstoffes so ausgelegt, dass die chemischen Vorgänge keine große Komplexität aufweisen. Es findet, wenn überhaupt, nur geringes lokales Verlöschen statt. Weiterhin brennt die Flamme an der Düse angelegt, so dass keine Effekte endlich schneller Chemie betrachtet werden müssen. Daher ist es ausreichend, ein Steady-Flamelet-Modell anzuwenden. Die Tabelle mit chemischen Daten wird wie in den Abschnitten 3.5.1 und 3.5.3 beschrieben, durch die Simulation eindimensionaler Flamelets mit CHEM1D und anschließender Integration über die β -PDF berechnet. Dabei wurde der Mischungsgrad in 200 Stützstellen sowie die Varianz in 100 Stützstellen unterteilt.

Es sind noch geeignete Randbedingungen für die Simulation der H3-Flamme zu spezifizieren. In Umfangsrichtung können für alle Größen periodische Randbedingungen verwendet werden. An den radialen Rändern wird für die Strömungssimulation der Druckparameter als konstant zu $\tilde{P} = 1$ bar gesetzt. Es ist damit ein leichtes Ansaugen (engl. Entrainment) von Masse über diesen Rand möglich, da für die Geschwindigkeitskomponenten gleichzeitig

eine Nullgradient-Randbedingung verwendet wird. Starkes Entrainment führt in der Regel zu numerischen Instabilitäten in FLOWSI, daher sind die radialen Ränder möglichst weit entfernt vom interessierenden Bereich zu legen. Am Auslass wird für den Druck und die Geschwindigkeitskomponenten eine Nullgradient-Randbedingung verwendet. Zu beachten ist dabei auch hier, dass der Rand möglichst weit weg vom interessierenden Bereich liegt. Am Einlass in das Rechengebiet werden im Bereich des Brennstoffstromes turbulente Eintrittsrandbedingungen nach der Methode von Klein (vgl. Abschnitt 5.1.4) für das Geschwindigkeitsfeld vorgegeben. Der Coflow bleibt dabei zeitlich konstant, weiterhin gilt für den Druck eine Nullgradient-Randbedingung am Einlass.

Für den transportierten Mischungsgrad wird am Eintritt in die Düse ein Wert von $f = 1$ vorgegeben, für den Coflow gilt dann $f = 0$. Da an den radialen Rändern Umgebungsluft zugeführt werden kann, wird hier ebenfalls $f = 0$ vorgegeben. Am Austritt wird analog zu den Impulskomponenten eine Nullgradient-Randbedingung verwendet.

Die Wahl der Randbedingungen für die Akustik ist vergleichsweise einfach, da an allen Rändern eine Abstrahlung stattfindet. Somit wird an allen Rechengebietsrändern die implementierte Sponge Layer-Randbedingung eingesetzt.

Als Initialfeld für die Grobstruktursimulation wird das am Eintritt vorhandene Profil der Axialgeschwindigkeit und des Mischungsgrades für das ganze Rechengebiet verwendet. Da sich somit schon eine brennende Lösung zu Beginn ergibt, sind keine unphysikalischen Dichtesprünge vorhanden und das numerische Verfahren bleibt stabil. Als Initiallösung für die akustische Simulation wird das akustische Feld einfach zu Null gesetzt. Die Grobstruktursimulation wird zunächst mit einer variablen Zeitschrittweite durchgeführt, während der simultanen LES/CAA-Berechnung wird diese aus Gründen der besseren spektralen Auswertbarkeit konstant gehalten und zu $\Delta t = 0.8 \cdot 10^{-6} s$ gesetzt.

Anhand der gegebenen räumlichen und zeitlichen Auflösung können die für die Akustiksimulation relevanten Frequenzauflösungen bestimmt werden. Durch die Länge der Zeitreihen ($t = 24 ms$) ergibt sich als untere zeitliche Grenzfrequenz $f \approx 50 Hz$. Durch die Zeitschrittweite ist die obere Grenze mit dem Abtasttheorem nach Shannon durch $f = 1/2\Delta t = 2500 kHz$ gegeben. Die durch die räumliche Diskretisierung bedingte Frequenzauflösung kann mit einer Gitterabmessung von $\Delta x_i = 6 mm$ im Bereich der Messpositionen unter Verwendung der Schallgeschwindigkeit $c \approx 344 m/s$ bei Umgebungsbedingungen abgeschätzt werden zu $f = c/2\Delta x_i \approx 29 kHz$. Bei Berücksichtigung der Tatsache, dass mehr als ein Gitterpunkt zur Abbildung einer Wellenlänge benötigt wird, reduziert sich die Frequenzauflösung entsprechend, bei Annahme von fünf Punkten pro Wellenlänge zu $f \approx 5800 Hz$.

7.1.3 Ergebnisse

In diesem Abschnitt erfolgt die Präsentation der erzielten Berechnungsergebnisse, zunächst wird das Strömungsfeld mittels der experimentellen Untersuchungen analysiert. Anschließend werden die aeroakustischen Simulationen mit Experimenten verglichen.

Reaktive Strömung

Um einen qualitativen Eindruck der H3-Flamme zu geben, sind in Abbildung 7.3 und 7.4 ausgewählte physikalische Größen dargestellt.

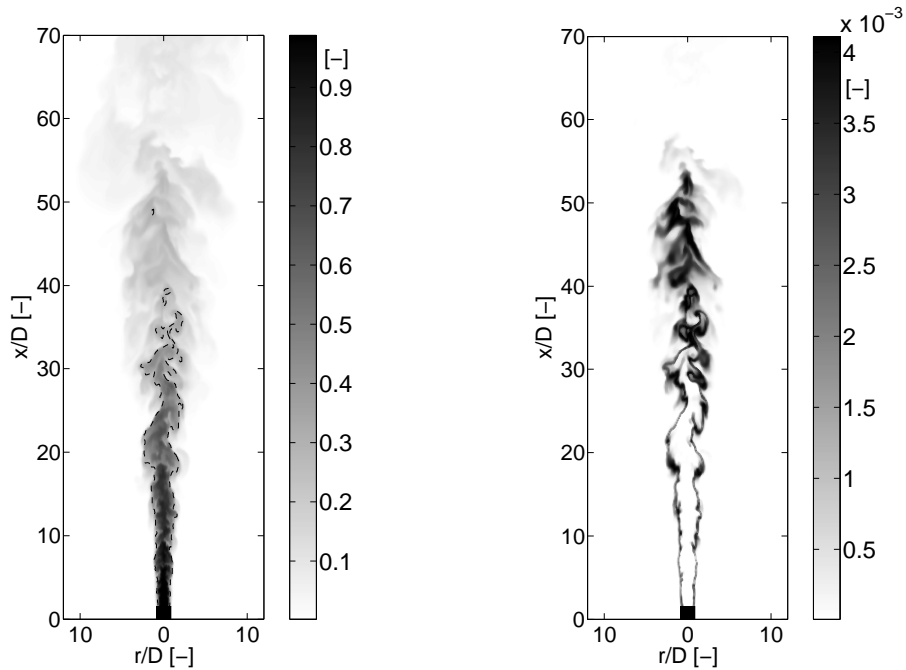


Abbildung 7.3: Momentanaufnahmen der H3-Flamme. Dargestellt sind eine Schnittansicht des Mischungsgrades (linke Seite) sowie eine Schnittansicht des OH -Massenbruchs (rechte Seite). Die gestrichelte Linie repräsentiert den stöchiometrischen Mischungsgrad.

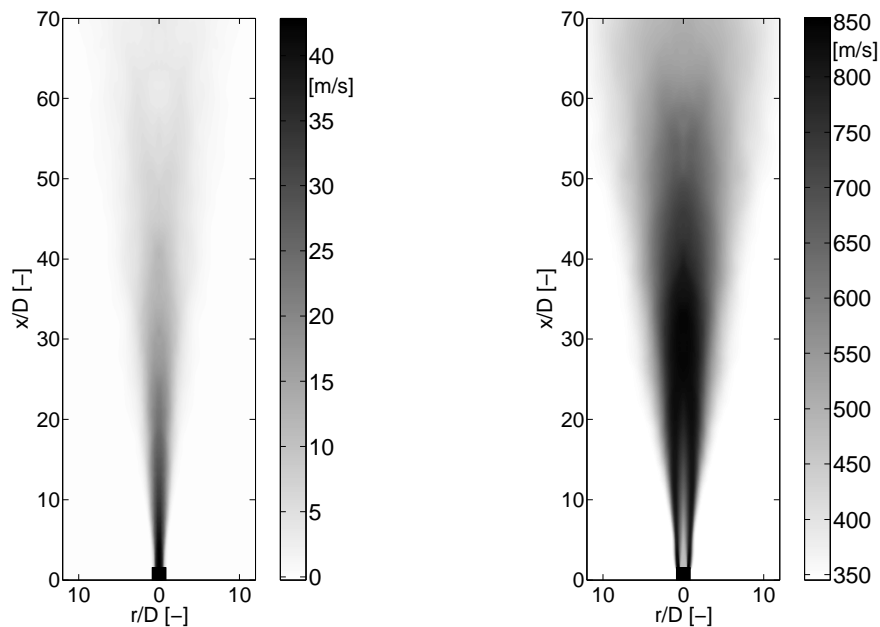


Abbildung 7.4: Mittlere Größen der H3-Flamme. Dargestellt sind eine Schnittansicht der Axialgeschwindigkeit (linke Seite) sowie eine Schnittansicht der Schallgeschwindigkeit (rechte Seite).

Die Momentanaufnahmen des Mischungsgrades und des OH -Massenbruchs geben einen Eindruck der Turbulenz der Strömung, gleichzeitig wird die Position der Reaktionszone durch den OH -Massenbruch und den stöchiometrischen Mischungsgrad angedeutet. Anhand der zeitlich gemittelten Axialgeschwindigkeit ist die Verteilung des Impulses des Brennstoffstroms deutlich erkennbar. Die mittlere Schallgeschwindigkeit umfasst einen Bereich von $\bar{c} \approx 350 \text{ m/s}$ bei Umgebungsbedingungen bis zu $\bar{c} \approx 850 \text{ m/s}$ im Bereich der Reaktionszone. Es ist somit ersichtlich, dass der Einfluss einer räumlich variierenden Schallgeschwindigkeit für akustische Berechnungen berücksichtigt werden sollte.

Neben den qualitativen Ergebnissen wird die Grobstruktursimulation durch den Vergleich von statistischen Profilen validiert. Es existieren Messungen an verschiedenen axialen Höhen sowie Messungen entlang der Achse. In Abbildung 7.5 sind die entsprechenden statistischen Radialprofile dargestellt.

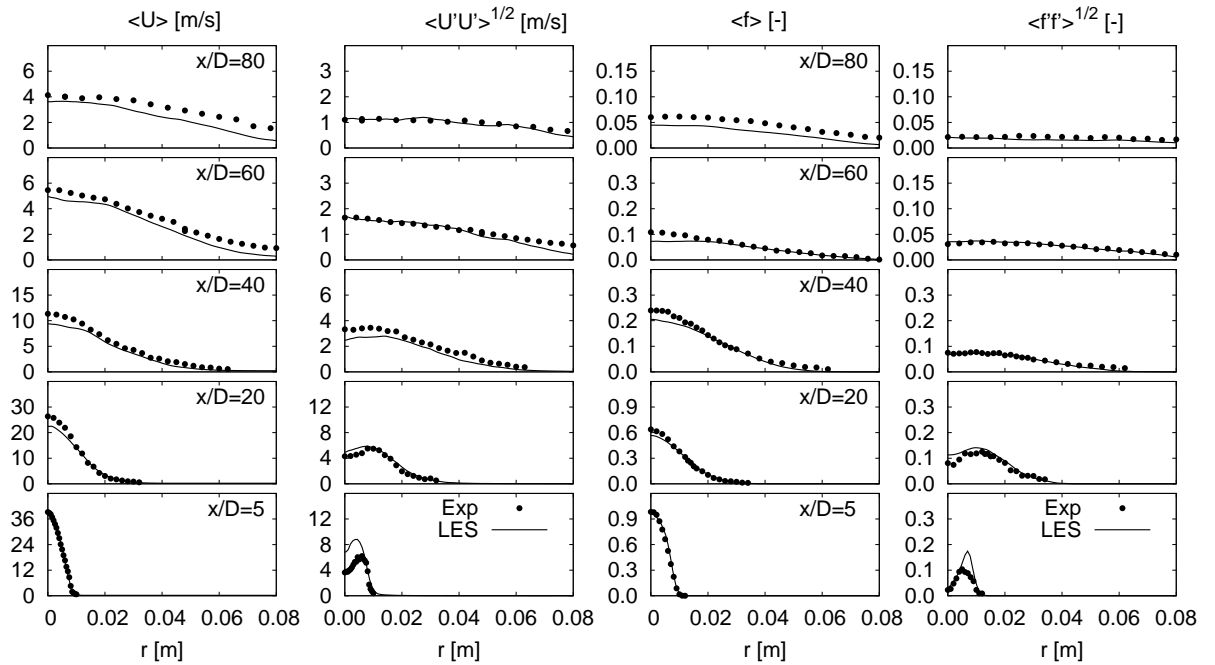


Abbildung 7.5: Statistische Radialprofile für die H3-Flamme. Dargestellt sind die Axialgeschwindigkeit und der Mischungsgrad.

Bei Betrachtung der radialen Profile kann festgestellt werden, dass die vorhergesagte mittlere Axialgeschwindigkeit und der mittlere Mischungsgrad sehr gut mit experimentellen Ergebnissen übereinstimmen. Die Fluktuation beider Größen wird nahe der Düse ($x/D = 5$) überschätzt, dies spricht für die Konsistenz der Berechnungen, da der Mischungsgrad auch konvektiv transportiert wird. Eine weitere Erhöhung der Auflösung der hier noch sehr dünnen Scherschicht könnte eine Verbesserung erzielen. Eine Folge der überschätzten Fluktuation ist ein leicht verstärktes Aufweiten der Strömung, dies äußert sich in etwas zu niedrigen Werten für die mittlere Axialgeschwindigkeit und den mittleren Mischungsgrad bei $x/D = 20$ und $x/D = 40$ nahe der Achse.

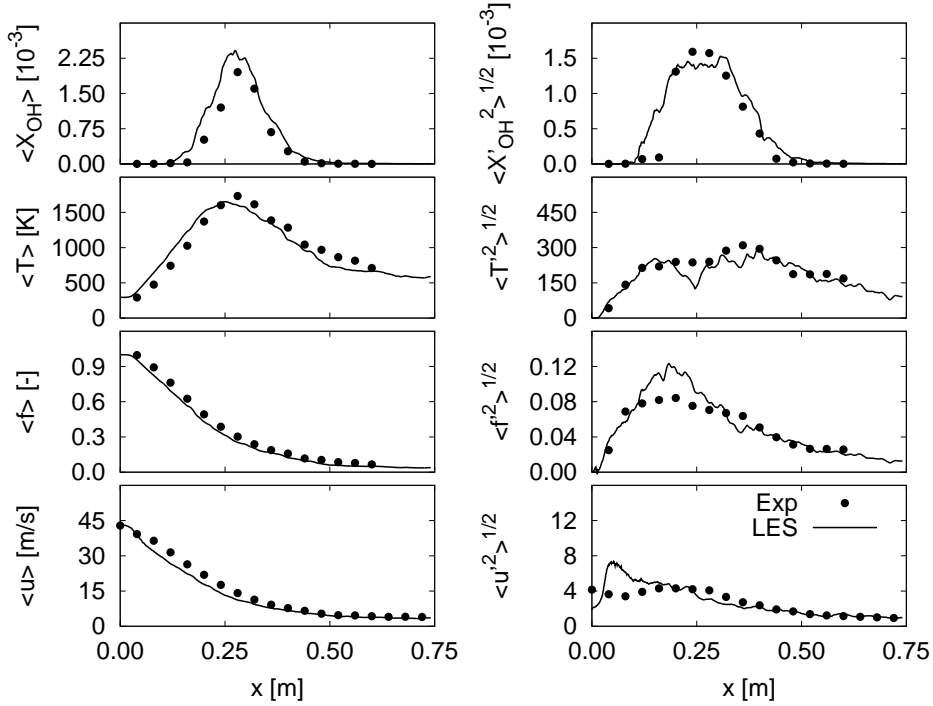


Abbildung 7.6: Statistische Axialprofile für die H3-Flamme. Neben der Axialgeschwindigkeit und dem Mischungsgrad sind noch der Verlauf der Temperatur und des OH -Massenbruchs dargestellt.

Die Beobachtungen für die radialen Profile werden bestätigt durch die statistischen Axialprofile, welche in Abbildung 7.6 dargestellt sind. Hier werden mit der Temperatur und dem OH -Massenbruch auch chemische Größen betrachtet, für welche ebenfalls eine gute Übereinstimmung mit experimentellen Untersuchungen erreicht werden. Es ist also gerechtfertigt, die durchgeführte Grobstruktursimulation als Basis für die Simulation der Schallemission der H3-Flamme zu verwenden.

Aeroakustik

Für die Simulation des akustischen Feldes wird die Formulierung des thermoakustischen Quellterms nach Gleichung (4.42) verwendet ($Q_d = -\bar{c}^2 \bar{\rho} \frac{D\rho}{Dt}$). Dieser ist in Abbildung 7.7 dargestellt. Es sind sehr große Beiträge in Düsennähe bis zu $x/D \approx 20$ beobachten. In diesem Bereich sind diese auch zu erwarten, da die Mischungsschicht hier noch sehr dünn ist und somit auf kleinem Raum große Dichtegradienten vorhanden sind. Aufgrund der Turbulenz der Strömung führt dies unmittelbar zu großen zeitlichen Änderungen der Dichte. Es sind jedoch auch Beiträge weiter stromab ($x/D \approx 45$) zu verzeichnen. In diesen Bereichen magert das Gemisch langsam ab, so dass sich aufgrund des hier steilen Verlaufs der Dichte im Mischungsgradraum (vgl. Abbildung 3.1) ebenfalls große Dichteveränderungen ergeben.

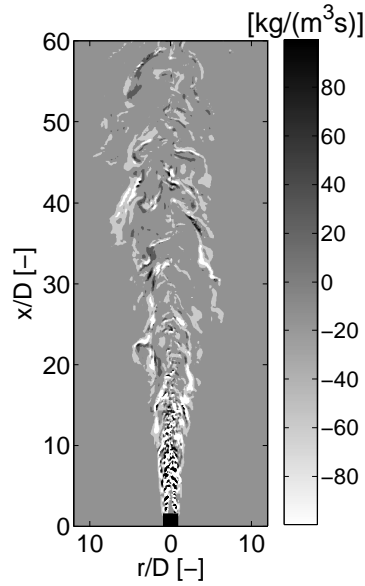


Abbildung 7.7: Momentanaufnahme des thermoakustischen Quellterms $Q_d = -\bar{c}^2 \bar{\rho} \frac{D\rho}{Dt}$ der H3-Flamme. Zur besseren Visualisierung ist die Skala begrenzt, punktwise ergeben sich Werte von $Q_d \approx 10^3 \text{ kg}/(\text{m}^3 \text{ s})$.

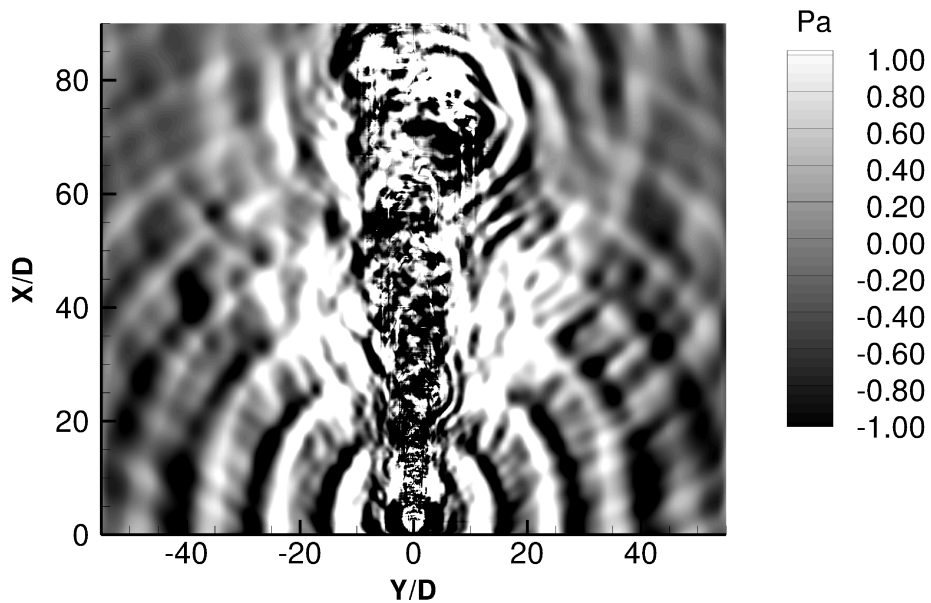


Abbildung 7.8: Schnittansicht des akustischen Feldes der H3-Flamme. Dargestellt ist der Schalldruck in Pa .

Um einen möglichst guten Eindruck des resultierenden Schallfeldes zu geben, wird dieses sowohl in einer Schnittansicht (Abbildung 7.8) sowie in einer dreidimensionalen Ansicht präsentiert (Abbildung 7.9). Es ist zu erkennen, dass die thermoakustische Quelle sphärische Wellenausbreitungsmuster erzeugt, besonders deutlich sind diese im Düsenbereich $x/D \approx 10$ zu erkennen.

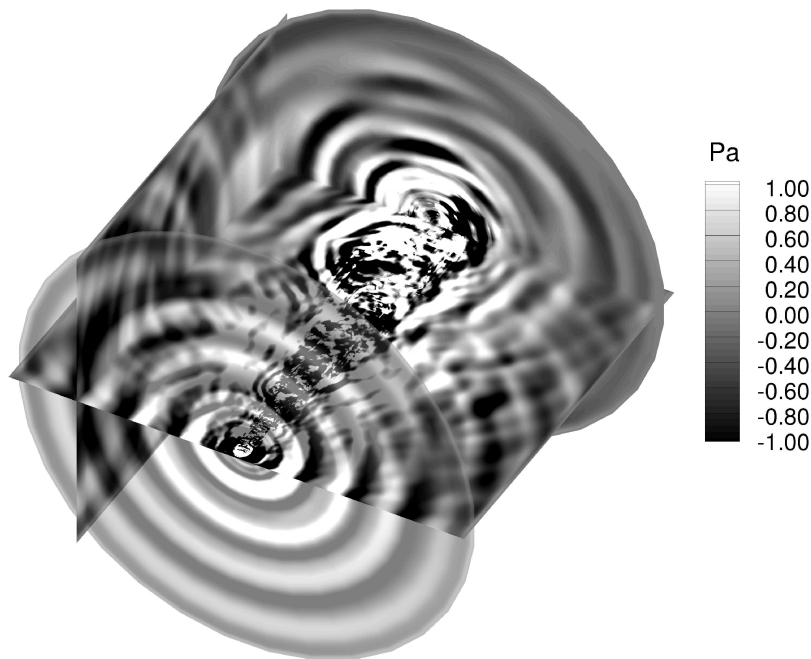


Abbildung 7.9: Dreidimensionale Ansicht des akustischen Feldes der H3-Flamme. Dargestellt ist der Schalldruck in *Pa*.

Es fällt dabei auf, dass die Schallabstrahlung in diesem Bereich eine perfekte Umfangssymmetrie aufweist. Diese ist weiter stromab ($x/D \approx 80$) nicht mehr so stark ausgeprägt. In Abbildung 7.10 sind für ausgewählte Positionen die aufgenommenen Zeitreihen dargestellt. Die ersten 10 000 Zeitschritte sind hier nicht enthalten und auch bei der spektralen Auswertung nicht berücksichtigt, da zunächst die Initiallösung durch das Rechenggebiet propagieren muss. Von den vier entlang des Umfangs verteilten Positionen sind die jeweils gegenüberliegenden Positionen für beide axialen Höhen dargestellt. Es ist dabei zu erkennen, dass die Variation in Umfangsrichtung nur marginal ist, dies ist aufgrund der Rotationssymmetrie zu erwarten. Etwas überraschender ist die Tatsache, dass auch bei Vergleich der beiden axialen Höhen nur sehr geringe Unterschiede festzustellen sind.

Um die Vorhersagequalität der Akustiksimulation zu bewerten, werden die an den bereits definierten Punkten aufgenommenen Zeitreihen bezüglich ihres spektralen Gehalts analysiert, es erfolgt ein Vergleich mit experimentell bestimmten Spektren. Die Zeitreihenlänge ist so gewählt, dass diese aus insgesamt 2^{15} Stützstellen bestehen, somit kann eine Fast-Fourier-Transformation (FFT) verwendet werden. Um ein möglichst geringes spektrales Rauschen zu erhalten, wird eine von [WELCH 1967] vorgeschlagene Methode zur spektralen Auswertung der Zeitreihen verwendet. Hierbei wird die originale Zeitreihe in acht gleich große Teile aufgespalten. Diese überlappen sich dabei um 50%, so dass kein Informationsverlust durch die für jedes Teilstück angewendete Fensterfunktion entsteht. Es wird dabei ein *Hamming-Window* benutzt, siehe beispielsweise [HARRIS 1978]. In Abbildung 7.11 ist ein Vergleich von numerisch ermittelten Spektren gegeben, bei welchen eine

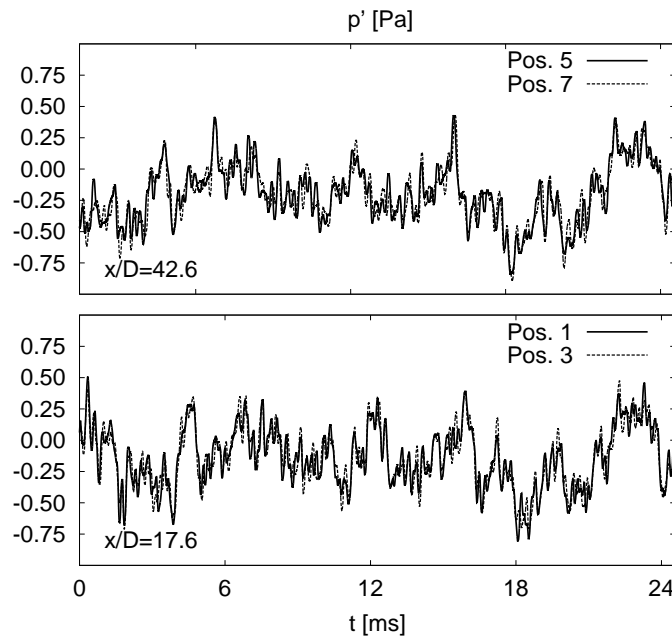


Abbildung 7.10: Zeitreihen des Schalldruckes an zwei einander gegenüberliegenden Positionen entlang des Umfangs für $x/D = 17.6$ (unten) sowie an den gleichen Positionen für $x/D = 42.6$ (oben).

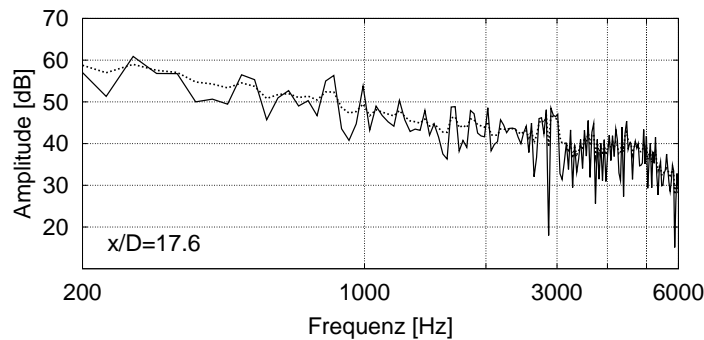


Abbildung 7.11: Vergleich von unterschiedlichen Verfahren zur Fast-Fourier-Transformation. Die durchgezogene Linie korrespondiert mit einer konventionellen Fast-Fourier-Transformation, während die punktierte Linie die Fast-Fourier-Transformation mittels der Methode von Welch repräsentiert.

identische Zeitreihe mittels konventioneller FFT und der Methode nach Welch analysiert wurde. Die Reduktion des spektralen Rauschens ist deutlich zu erkennen. Der abschließende Vergleich von Akustiksimulation und Experiment ist in Abbildung 7.12 dargestellt, es werden die beiden definierten axialen Höhen betrachtet. Es ist eine sehr gute Übereinstimmung von Experiment und numerischer Berechnung festzustellen. Dies gilt insbesondere für den Frequenzbereich $f < 2000$ Hz. Oberhalb dieses Bereiches ist eine Überschätzung der experimentellen Spektren zu beobachten, dies gilt für beide axialen Höhen. Sowohl die experimentellen als auch die simulierten Spektren zeigen sehr geringe axiale Variati-

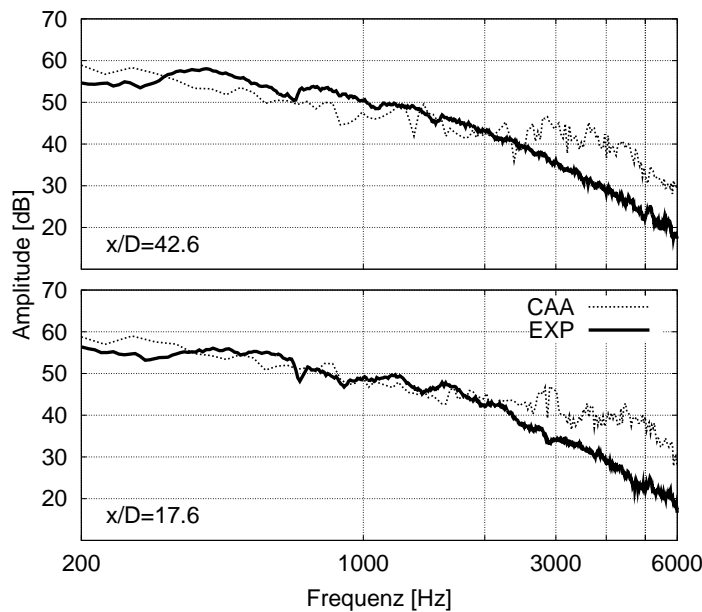


Abbildung 7.12: Vergleich von experimentell ermittelten Spektren und numerischen Berechnungen an zwei verschiedenen axialen Höhen. Zugrunde liegt jeweils die Darstellung der spektralen Dichte der Schallintensität J .

on. Dies ist konsistent mit den Betrachtungen zu den Zeitreihen des Schalldruckes, wo ebenfalls sehr geringe Variationen festgestellt werden.

7.1.4 Bewertung

Für die Grobstruktursimulation der H3-Flamme ergibt sich eine sehr gute Vorhersage des Geschwindigkeitsfeldes sowie eine gute Vorhersage von chemischen Größen. Als eine wichtige Einflussgröße kann die turbulente Einstromrandbedingung für die Geschwindigkeitskomponenten genannt werden. Hiermit ist es möglich, die Aufweitung des Strahles sehr gut zu berechnen. Die durch das gewählte Gitter gegebene Auflösung ist ausreichend für die H3-Flamme.

Die Berechnung des akustischen Feldes zeigt ebenfalls eine sehr gute Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen mit einer leichten Überschätzung im hochfrequenten Bereich. Dies ist insofern vielversprechend, da der Simulation eine vereinfachte Beschreibungsweise der thermoakustischen Quellen zugrunde liegt und somit eine Berücksichtigung der vollständigen rechten Seite der Grundgleichung nicht notwendig ist. Die Abweichungen im hochfrequenten Bereich müssen weiterhin nicht unbedingt durch Unzulänglichkeiten in der physikalischen Beschreibung verursacht werden. Sie können möglicherweise durch das in CLAWPACK verwendete numerische Verfahren zur Approximation der Gleichungen begründet sein, bei welchem besonders für kleine Wellenlängen (und damit hohe Frequenzen) die Schallwellen durch numerische Dispersion beeinflusst werden könnten.

7.2 Turbulente Freistrahlf Flamme (DLR-A-Flamme und DLR-B-Flamme)

Neben der H3-Flamme wurde eine zweite turbulente, nicht-vorgemischte Freistrahlf Flamme berechnet, die DLR-Flamme. Es existieren zwei Varianten dieser Flamme, die sich in ihrer globalen Reynoldszahl unterscheiden. Sie werden bezeichnet als DLR-A-Flamme und DLR-B-Flamme. Auch diese Flammen sind Gegenstand des TNF-Workshops [BARLOW 1996-2010] und somit stehen hier wiederum detaillierte Validierungsdaten zur Verfügung. Das Geschwindigkeitsfeld wurde für die DLR-A-Flamme mittels LDA-Techniken vermessen von [SCHNEIDER et al. 2003]. Weiterhin existieren für beide Flammen Informationen über die chemische Zusammensetzung, diese wurden mit Raman/Rayleigh-Techniken [RENFRO et al. 2000a, RENFRO et al. 2000b] sowie mittels LIF-Verfahren [BERGMANN et al. 1998] vermessen. Die Validierung von akustischen Berechnungen kann durch den Vergleich von simulierten und experimentell bestimmten spektralen Verteilungen des Schalldruckpegels geschehen, die Messungen wurden für beide Flammen durchgeführt von [SINGH et al. 2003, SINGH et al. 2004].

Die DLR-A-Flamme und die DLR-B-Flamme wurden auch in anderen Arbeiten numerisch untersucht. [KEMPF et al. 2001] berechnen eine Grobstruktursimulation der DLR-A-Flamme. Gekoppelte Simulationen von reagierender Strömung und Akustik mit der akustischen Analogie von Lighthill als Basis zeigt [FLEMMING 2007]. Eine integrale Lösung der Wellengleichung im Fernfeld berechnen [IHME et al. 2006]. Weiterhin präsentieren [IHME et al. 2007] Simulationen auf Basis einer Wellengleichung mit variabler Schallgeschwindigkeit. [BUI et al. 2007a] berechnen Lösungen der akustischen Störgleichungen (APE) für die DLR-A-Flamme. Es werden gute Übereinstimmungen mit experimentellen Ergebnissen erzielt. Ein Ansatz, der auf der stochastischen Modellierung von Schallquellen in Kombination mit einem RANS-Verfahren beruht, wird von [MÜHLBAUER et al. 2009] für beide Flammen vorgestellt.

In dieser Arbeit wird die DLR-A-Flamme sowohl mit den gekoppelten Lösern FLOWSI und CLAWPACK als auch mit dem integrierten Simulationswerkzeug bestehend aus FASTEST und PIANO berechnet. Die DLR-B-Flamme wird nur mit FASTEST und PIANO untersucht.

7.2.1 Experimenteller und numerischer Aufbau

Die DLR-Flammen bestehen wie die H3-Flamme aus einer zentralen Brennstoffdüse und einem Coflow aus Luft bei Umgebungsbedingungen. Vorteilhaft wirkt sich dabei aus, dass der Düsendurchmesser identisch mit dem der H3-Flamme ist ($D = 0.008$ m). Der Brennstoff besteht aus einem Gemisch von Methan, Wasserstoff und Stickstoff mit 22.1/33.2/44.7 vol% $\text{CH}_4/\text{H}_2/\text{N}_2$. Der stöchiometrische Mischungsgrad beträgt $f_{st} = 0.167$. Damit ergibt sich im Vergleich zur H3-Flamme ein steilerer Verlauf der Dichte über dem Mischungsgrad. Der Brennstoff- und der Oxidatorstrom treten mit einer mittleren Geschwindigkeit von 44.2 m/s bzw. 0.3 m/s für den Fall der DLR-A-Flamme in die Konfiguration ein.

Im Fall der DLR-B-Flamme beträgt die mittlere Axialgeschwindigkeit des Brennstoffstroms am Eintritt 63.3 m/s bei unveränderten Bedingungen für den Oxidatorstrom. Die globale Reynoldszahl wird gebildet mit den Stoffeigenschaften am Brennstoffeinlass und dem Düsendurchmesser und ergibt sich zu $Re = 15200$ für die DLR-A-Flamme und zu $Re = 22800$ für die DLR-B-Flamme. Die Viskosität des Brennstoffes am Einlass beträgt $\nu_{Br} = 1.56 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$.

Aufgrund des identischen Düsendurchmessers der DLR-Flammen und der H3-Flamme ist es möglich, für die Berechnungen mit FLOWSI das Gitter aus den Berechnungen zur H3-Flamme zu verwenden. Die Messpositionen des Schalldruckpegels liegen für den Fall der DLR-Flammen auf einem Radius von $r = 0.4 \text{ m}$. Im Vergleich zu den Messungen der H3-Flamme ($r = 0.5 \text{ m}$) kann das akustische Rechengebiet für die Simulation mit CLAWPACK in radialer Richtung damit etwas kürzer gehalten werden. Es wird bis zu einem Radius von $r = 0.44 \text{ m}$ gerechnet, dabei werden in die radiale Richtung 120 Zellen verwendet (Zum Vergleich: 135 Zellen bei der H3-Flamme). Die resultierenden Auflösungen sind weitestgehend identisch mit dem Gitter, welches für die H3-Flamme verwendet wird.

Für die Berechnungen der DLR-A-Flamme und der DLR-B-Flamme mit FASTEST und PIANO werden zunächst Berechnungsgitter mit dem Gittergenerator IcemCFD erstellt. Es kommen zwei unterschiedliche Gitter zum Einsatz, mit einem Gitter wird nur die Grobstruktursimulation berechnet (Gitter A), während mit einem weiteren Gitter sowohl Strömungs- als auch Akustiksimulation berechnet werden (Gitter B). Diese Vorgehensweise wird im Folgenden erläutert. Wie in Abschnitt 5.3.2 erläutert, beruht die Kopplung von FASTEST und PIANO auf dem gleichen numerischen Gitter, daher muss sich in diesem Fall das Berechnungsgebiet für beide Simulationswerkzeuge in radialer Richtung bis hin zu den akustischen Messpositionen erstrecken. Um hier im Vorfeld die Grobstruktursimulation effizient auf ihre Vorhersagequalität prüfen zu können, wird mit Gitter A nur der für die Strömungssimulation relevante physikalische Bereich abgedeckt.

Das Gitter A ist dabei in axialer und azimuthaler Richtung äquidistant, in radialer Richtung findet eine Expansion der Gitterzellen statt, es ist also stark angelehnt an die aus FLOWSI bereits bekannte Gitterstruktur, es wird keine dezidierte Blockstruktur verwendet. Mit Gitter B wird der gesamte interessierende Bereich einschließlich der akustischen Messpositionen abgedeckt. Dieses Gitter ist durch Verwendung von vielen einzelnen Blöcken und dreidimensionalen O-Gittern so optimiert, dass sich trotz des großen Radius am Rechengebietsrand nur gering verzerrte Kontrollvolumina ergeben. Zusätzlich wurde von der in IcemCFD zur Verfügung stehenden Möglichkeit der Gitteroptimierung durch das Lösen von speziellen elliptischen Differentialgleichungen Gebrauch gemacht.

Eine Ansicht der Blockstruktur von Gitter B ist in Abbildung 7.13 gegeben. Erwähnenswert ist die Tatsache, dass die Düse für beide Gitter auf einer Länge von zehn Düsendurchmessern in das Rechengebiet integriert ist. Die hier abzubildenden Wände werden als unendlich dünn modelliert. Das Gitter A besteht aus ca. $1.4 \cdot 10^6$ Kontrollvolumen, während das Gitter B ca. $1.7 \cdot 10^6$ Zellen beinhaltet. Die resultierenden Auflösungen sind in Tabelle 7.2 zusammengestellt.

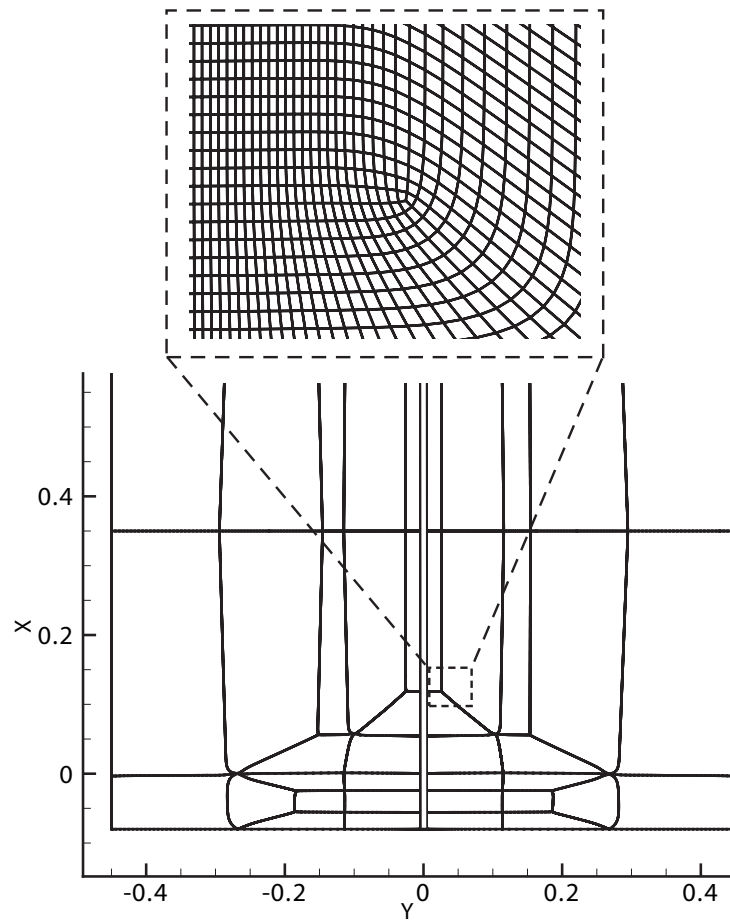


Abbildung 7.13: Ansicht der Blockstruktur des Gitters B, welches in FASTEST und PIANO für die Simulation der DLR-A-Flamme und der DLR-B-Flamme verwendet wird. Zusätzlich ist noch ein Ausschnitt des Gitters dargestellt, in diesem ist der glättende Effekt der Gitteroptimierung sichtbar. Alle Abmessungen sind in Meter angegeben.

Tabelle 7.2: Typische Abmessungen der Kontrollvolumina für die verwendeten numerischen Gitter.

Gitter A	Richtung	Auflösung
	Δx	1 mm
	Δy	0.15 mm – 20 mm
	Δz	0.15 mm – 20 mm
Gitter B	Richtung	Auflösung
	Δx	1 mm – 5 mm
	Δy	0.6 mm – 15 mm
	Δz	0.6 mm – 15 mm

Aus Sicht der Verbrennungsmodellierung ist die DLR-A-Flamme einfacher zu beschreiben als die DLR-B-Flamme. Während bei der DLR-A-Flamme kein lokales Verlöschen auftritt, ist dieser Effekt bei der DLR-B-Flamme zumindest ansatzweise zu beobachten [SCHNEIDER et al. 2003]. Dennoch wird für beide Flammen ein Flamelet-Modell verwendet. Die mit CHEM1D erzeugte Tabelle mit den chemischen Daten beinhaltet 200 Stützstellen für den Mischungsgrad und 100 Stützstellen für die Varianz des Mischungsgrades.

Die Wahl der Randbedingungen erfolgt im Rahmen von FLOWSI und CLAWPACK analog zu der Simulation der H3-Flamme (vgl. Abschnitt 7.1). Der einzige Unterschied besteht darin, dass für den Fall der DLR-A-Flamme keine turbulenten Einstromdaten vorgegeben werden.

Zur Vervollständigung des numerischen Aufbaus werden noch Randbedingungen für die Simulationen mit FASTEST und PIANO benötigt. Für die Axialgeschwindigkeit wird am Einstrom ein Blockprofil entsprechend der bekannten mittleren Eintrittsgeschwindigkeit vorgegeben, die übrigen Impulskomponenten werden zu Null gesetzt. Die radialen Begrenzungen des Rechengebietes werden als feste Wände modelliert, diese Annahme ist besonders für Gitter B aufgrund der großen radialen Abmessung nicht sehr restriktiv. An festen Wänden gilt dabei die Haftbedingung ($u_i = 0$). Am Ausstrom wird Gebrauch von der konvektiven Ausstromrandbedingung (vgl. Abschnitt 5.1.6) gemacht. Für den Druckparameter wird an allen Rechengiebetsrändern eine Nullgradient-Randbedingung angesetzt, es erfolgt also keine Korrektur des Druckes auf dem Rand.

Es verbleibt noch die Spezifizierung von Randbedingungen für den transportierten Mischungsgrad. Am Einstromrand wird der Wert für den Mischungsgrad im Bereich des Brennstoffstromes zu $f = 1$ gesetzt, während im Coflow analog $f = 0$ gilt. An festen Wänden sowie am Ausstrom wird für den transportierten Mischungsgrad eine Nullgradient-Randbedingung verwendet. Für die akustischen Größen wird an den radialen Rändern sowie am Eintritt die Abstrahl-Randbedingung (vgl. Abschnitt 5.2.2) verwendet, während am Auslass die Sponge Layer-Randbedingung zum Einsatz kommt. Dies ist erforderlich, da der Abstrahl-Randbedingung die Annahme eines quellenfreien Feldes zu Grunde liegt. Dies ist in der Nähe des Auslasses nicht gegeben, hier können noch große Beiträge des thermoakustischen Quellterms beobachtet werden. An den festen Wänden der Düse wird die entsprechende Wandrandbedingung (siehe Abschnitt 5.2.2) vorgegeben.

Für die Berechnungen mit FLOWSI wird das Initialfeld analog zur Simulation der H3-Flamme bestimmt durch die Eintrittsprofile von Axialgeschwindigkeit und Mischungsgrad. Die Verbrennungssimulation in FASTEST wird hingegen anders behandelt. Zunächst wird eine isotherme Mischungslösung berechnet und von dieser ausgehend durch die Einblendung des Terms $\partial\rho/\partial t$ über zehn Zeitschritte die reagierende Lösung etabliert. Das akustische Feld wird zu Beginn im ganzen Rechengebiet zu Null gesetzt.

Für den spektralen Vergleich von Akustiksimulation und Experiment werden wiederum Zeitreihen des Schalldruckes aufgenommen, die entsprechenden Positionen sind in Abbildung 7.14 dargestellt.

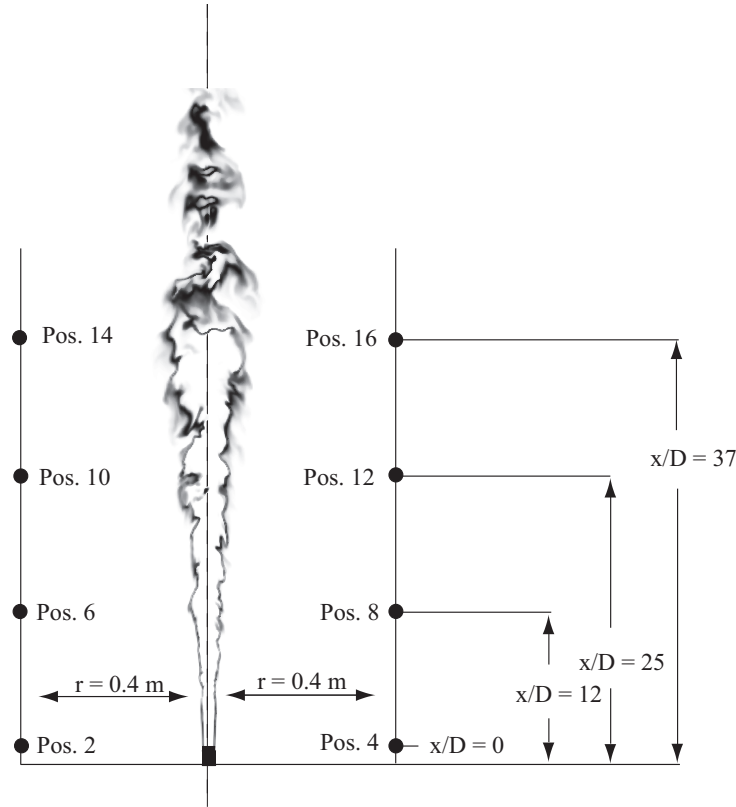


Abbildung 7.14: Lage der Positionen, an welchen Zeitreihen des Schalldruckes für spektrale Analysen des akustischen Feldes der DLR-Flammen aufgenommen werden. Analog zu den Simulationen zur H3-Flamme werden vier Positionen entlang des Umfangs verwendet. Zur Orientierung ist der OH-Massenbruch dargestellt.

Zur Entdimensionierung der linearisierten Euler-Gleichungen wird die charakteristische Länge zu $L = 1$ m gesetzt. Die Referenzschallgeschwindigkeit und die Referenzdichte werden mit den Umgebungsbedingungen zu $c_\infty = 344.35$ m/s bzw. $\rho_\infty = 1.19$ kg/m³ gesetzt.

7.2.2 Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Berechnungen zu den DLR-Flammen präsentiert, für die DLR-A-Flamme ist dabei ein Vergleich der beiden in dieser Arbeit verwendeten hybriden LES/CAA-Verfahren möglich. Weiterhin werden die Ergebnisse der Berechnungen zur DLR-B-Flamme vorgestellt.

Reaktive Strömung

In Abbildung 7.15 ist zunächst ein qualitativer Vergleich der drei berechneten Freistrahlf lamm anhand einer Momentanaufnahme der Schallgeschwindigkeit dargestellt. Sehr deutlich erkennbar ist der Unterschied zwischen der H3-Flamme und der DLR-A-Flamme. Dies ist nicht nur durch die unterschiedliche Reynoldszahl, sondern auch durch das unterschiedliche chemische System begründet. Der stöchiometrische Mischungsgrad beträgt für die H3-Flamme $f_{st} = 0.31$, während dieser für die DLR-Flammen $f_{st} = 0.167$ beträgt. Mit

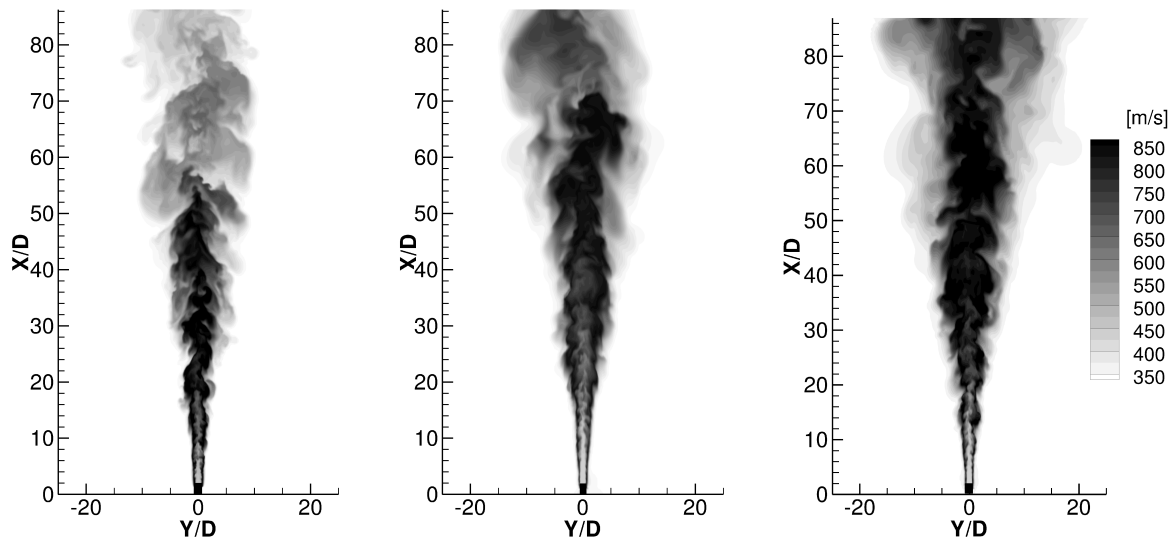


Abbildung 7.15: Qualitativer Vergleich der berechneten nicht-vorgemischten Freistrahlfammen. Dargestellt ist jeweils eine Momentanaufnahme der Schallgeschwindigkeit der H3-Flamme (links) sowie der DLR-A-Flamme (Mitte) und der DLR-B-Flamme (rechts).

dem niedrigeren stöchiometrischen Mischungsgrad ergibt sich somit eine deutlich größere Flammenlänge für die DLR-Flammen. Bei einem Vergleich der DLR-A-Flamme und der DLR-B-Flamme sind nur geringe Unterschiede festzustellen.

Die Validierung der Grobstruktursimulation erfolgt durch den Vergleich von statistischen Radialprofilen. Diese sind für den Fall der DLR-A-Flamme in Abbildung 7.16 und Abbildung 7.17 dargestellt, der Vergleich erfolgt bei verschiedenen axialen Höhen.

Es kann festgestellt werden, dass mit allen durchgeführten Grobstruktursimulationen sehr gute Übereinstimmungen mit den experimentellen Ergebnissen erreicht werden können. Bei Betrachtung der Fluktuation der Axialgeschwindigkeit fällt bei $x/D = 10$ auf, dass durch die Berechnungen mit FLOWSI (LES A) eine leicht erhöhte Standardabweichung vorhergesagt wird. Dieser Effekt wird in ähnlicher Form auch bei den Simulationen der H3-Flamme mit FLOWSI festgestellt (vgl. Abbildung 7.5). Auch in anderen Arbeiten mit FLOWSI ist dieser Effekt dokumentiert [KEMPF 2003, FLEMMING 2007]. Weiterhin ist noch der Effekt der in FLOWSI an den radialen Rechengebietsgrenzen verwendeten Druckrandbedingung zu erkennen. Wie bereits erläutert wurde, ist hiermit ein Ansaugen von Masse über den radialen Rand möglich. Das hat eine etwas erhöhte mittlere Axialgeschwindigkeit nahe des Auslasses ($x/D = 80$) im Vergleich zu den Berechnungen mit FASTEST zur Folge. Die Übereinstimmung der Simulation mit FLOWSI und dem Experiment ist in dieser Ebene demnach noch genauer im Vergleich zu den Berechnungen mit FASTEST. Die Analyse der statistischen Profile für den Mischungsgrad bestätigt die sehr gute Übereinstimmung von Simulation und Experiment für alle Simulationen. Am Düsenaustritt $x/D = 0$ existieren keine Messdaten für skalare Größen, aus Gründen der Vollständigkeit ist der Mischungsgrad hier dennoch dargestellt. Es ist zu erkennen, dass alle Berechnungen nahezu identische Vorhersagen für den mittleren Mischungsgrad

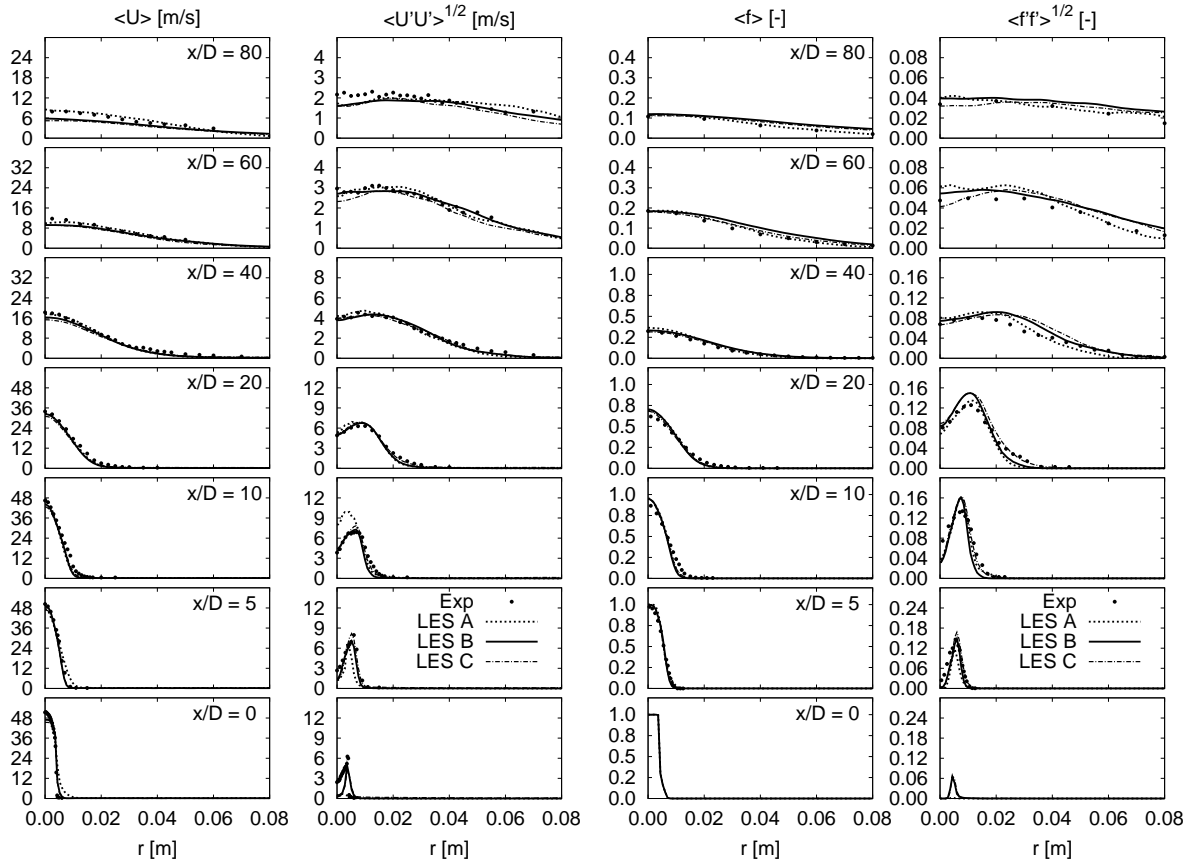


Abbildung 7.16: Statistische Radialprofile der DLR-A-Flamme. Dargestellt sind die Axialgeschwindigkeit (links) und der Mischungsgrad (rechts). Es werden Berechnungen mit FLOWSI (LES A) sowie Simulationen mit FASTEST auf Gitter A (LES B) und Gitter B (LES C) gezeigt.

aufweisen, lediglich die Fluktuation offenbart geringe Unterschiede. Konsistent zu der hervorragenden Vorhersage der mittleren Axialgeschwindigkeit durch die Berechnung mit FLOWSI nahe des Auslasses $x/D = 80$ ergibt sich für diese Berechnung eine ebenso gute Vorhersage des Mischungsgrades bei $x/D = 80$.

Der bereits zuvor festgestellte Effekt der etwas besseren Vorhersage der höchsten axialen Position durch die Berechnungen mit FLOWSI (LES A) ist besonders ausgeprägt bei einem Vergleich von chemischen Größen festzustellen (siehe Abbildung 7.17).

Entsprechend wird auch die Fluktuation der Temperatur besonders für die letzten drei axialen Höhen $x/D = 40$ bis $x/D = 80$ mit dieser Berechnung etwas besser vorhergesagt im Vergleich zu den übrigen Simulationen. Konsistent wird auch der OH -Massenbruch von dieser Berechnung am besten vorhergesagt.

Für die DLR-B-Flamme existieren keine Messungen des Geschwindigkeitsfeldes, daher wird das berechnete Geschwindigkeitsfeld mit dem der DLR-A-Flamme verglichen, um zumindest einen qualitativen Eindruck zu erhalten. Alle Berechnungen zur DLR-B-Flamme wurden auf Gitter B durchgeführt (siehe Tabelle 7.2). Für die chemische Zusammenset-

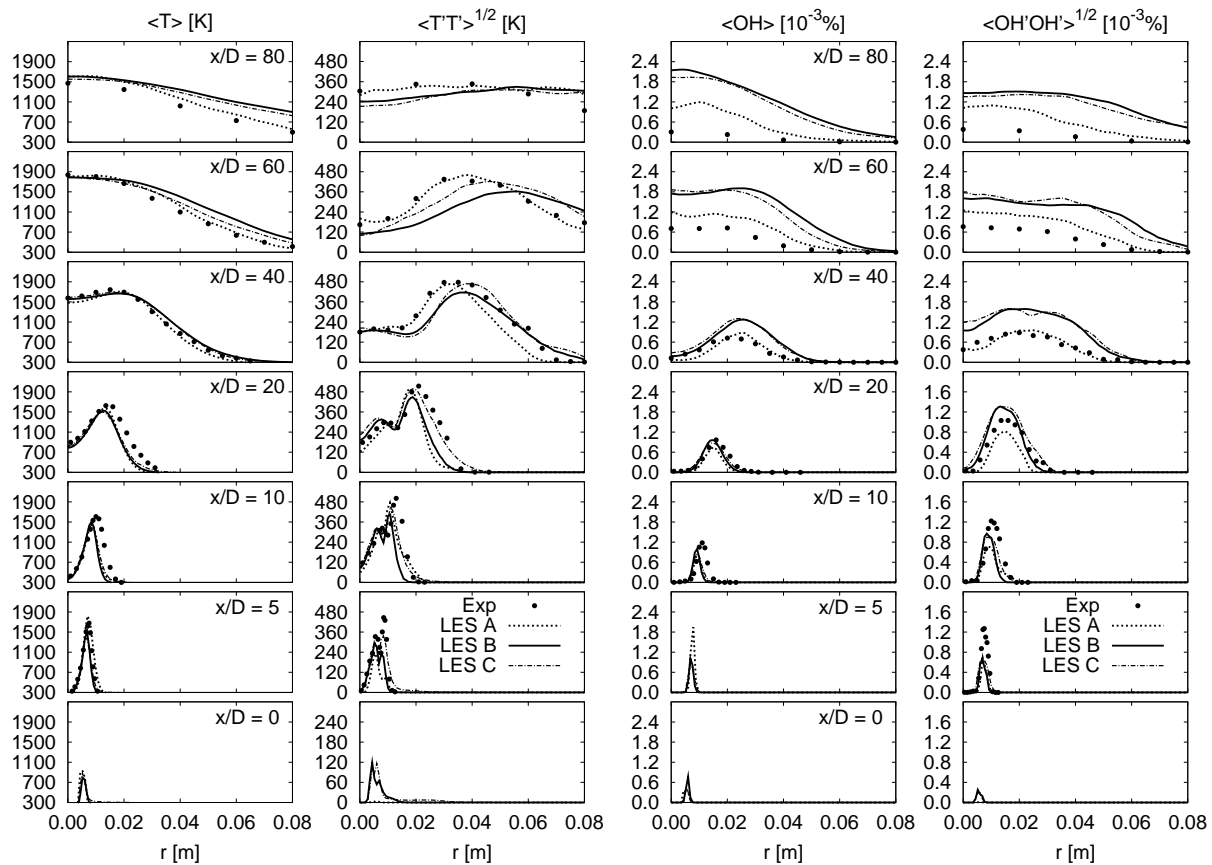


Abbildung 7.17: Statistische Radialprofile der DLR-A-Flamme. Dargestellt sind die Temperatur (links) und der OH -Massenbruch (rechts). Es werden Berechnungen mit FLOWSI (LES A) sowie Simulationen mit FASTEST auf Gitter A (LES B) und Gitter B (LES C) gezeigt.

zung existieren Messungen und somit kann hier ein quantitativer Vergleich erfolgen. Die ermittelten statistischen Profile sind in Abbildung 7.18 dargestellt.

Anhand des Vergleiches mit der berechneten Axialgeschwindigkeit der DLR-A-Flamme wird ersichtlich, dass die Axialgeschwindigkeit der DLR-B-Flamme ein zu erwartendes Verhalten aufweist. Der Einfluss des höheren Austrittsimpulses auf die mittlere Geschwindigkeit ist nahe der Achse in allen axialen Höhen deutlich sichtbar. Durch diffusive Kräfte wird dieser höhere Impuls entsprechend verteilt, auch dies ist gut zu erkennen. Das Fluktuationsniveau ist am Düsenaustritt $x/D = 0$ noch annähernd gleich groß, im weiteren Fortschritt etablieren sich erwartungsgemäß deutlich größere Fluktuationen für den Fall der DLR-B-Flamme. Ab einer Höhe von $x/D = 10$ ist diese Entwicklung auch auf der Symmetrieachse zu sehen. Der berechnete Mischungsgrad kann mit experimentellen Daten verglichen werden. Man kann erkennen, dass die Vorhersage sehr gut gelingt, bei allen axialen Höhen ist der berechnete Mischungsgrad in exzellenter Übereinstimmung mit den experimentellen Untersuchungen. Auch die Fluktuation erweist sich insgesamt als sehr gut vorhergesagt.

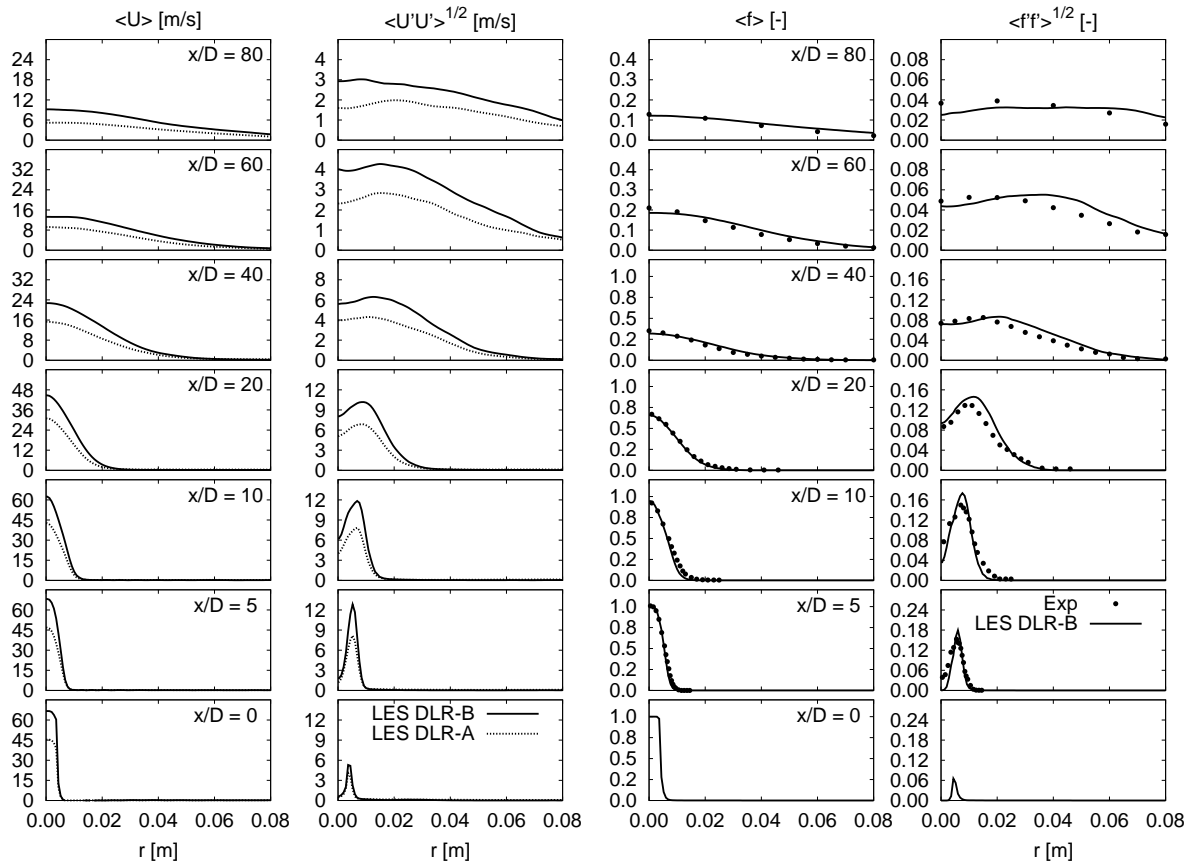


Abbildung 7.18: Statistische Radialprofile der DLR-B-Flamme. Es werden Berechnungen mit FASTEST gezeigt. Dargestellt sind die Axialgeschwindigkeit (links) und der Mischungsgrad (rechts). Allen Berechnungen liegt das Gitter B zugrunde.

Aeroakustik

Aus den Ausführungen in Kapitel 4 ist ersichtlich, dass im Rahmen einer detaillierten Beschreibung des durch Verbrennung erzeugten akustischen Feldes eine räumlich variable Schallgeschwindigkeit berücksichtigt werden sollte. Um den Einfluss einer räumlich variablen Schallgeschwindigkeit auf das akustische Feld darzustellen, wird für den Fall der DLR-A-Flamme eine Akustiksimulation mit einer isothermen, ruhenden Hintergrundströmung bei Umgebungsbedingungen durchgeführt, der thermoakustische Quellterm bleibt dabei unverändert. Der Vergleich mit einer Simulation, bei welcher die mittels der Grobstruktursimulation berechnete, tatsächliche Hintergrundströmung zugrunde liegt, ist in Abbildung 7.19 gegeben. Es ist ein deutlicher Unterschied im simulierten Schalldruckfeld zu erkennen. Die Simulation mit isothermer, ruhender Hintergrundströmung ist charakterisiert durch eine über das ganze Rechengebiet perfekt sphärische Schallausbreitung. Im Bereich $x/D \approx 40$ bis zu $x/D = 80$ können Schallwellen mit sehr kleiner Wellenlänge beobachtet werden. Die Simulation mit der durch die Grobstruktursimulation berechneten Hintergrundströmung hingegen zeigt besonders im Bereich $x/D = 0$ bis zu $x/D \approx 40$ hingegen keine perfekt sphärische Schallausbreitung mehr. Dies ist aufgrund

der Beschleunigung der Schallwellen im Bereich der Flamme ein Ergebnis, das konsistent mit der Erwartung ist. Die Schallwellen mit sehr kleiner Wellenlänge scheinen für den Fall der reagierenden Hintergrundströmung weniger ausgeprägt zu sein. Dies ist vermutlich begründet durch die Verschiebung hin zu größeren Wellenlängen beim Passieren der Flammenfront. Die Größenordnung der Amplituden verändert sich nicht durch die unterschiedliche Hintergrundströmung.

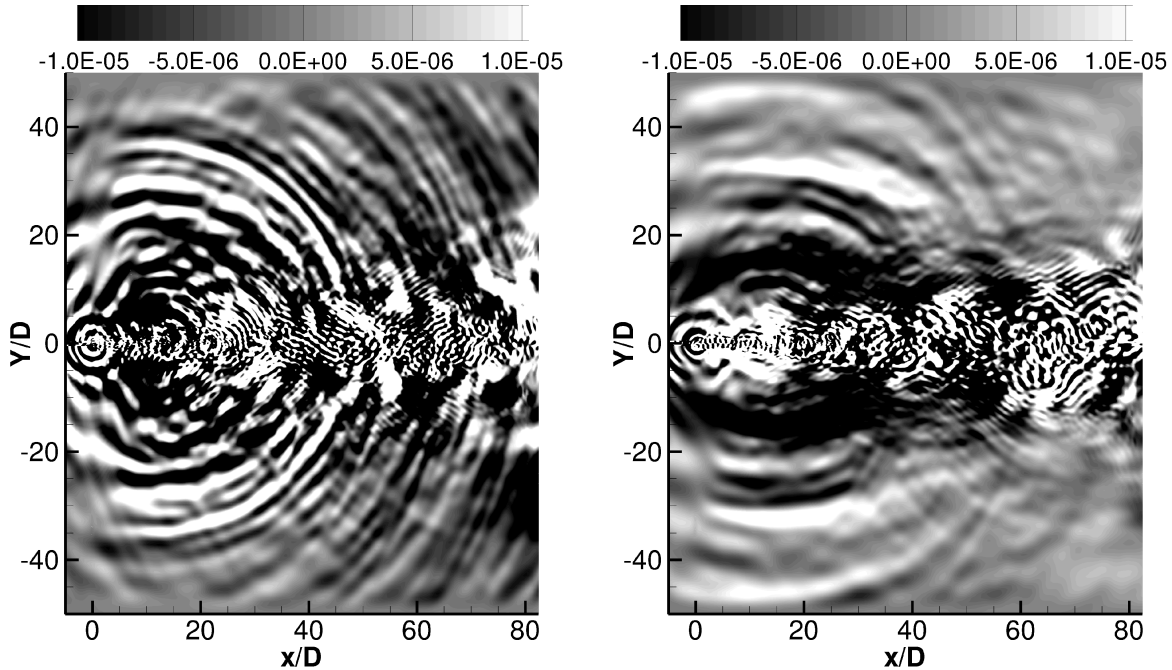


Abbildung 7.19: Vergleich von Akustiksimulationen zur DLR-A-Flamme: Propagation der Schallwellen durch eine isotherme, ruhende mittlere Strömung (linke Seite) sowie der Propagation durch eine reagierende mittlere Strömung (rechte Seite). Der thermoakustische Quellterm ist für beide Simulationen identisch. Dargestellt ist der Schalldruck in dimensionsloser Form.

Der Vergleich von simulierten Spektren mit experimentellen Ergebnissen erfolgt an vier unterschiedlichen axialen Höhen und wird in Abbildung 7.20 präsentiert. Es ist sowohl für die Simulationen als auch für das Experiment eine breitbandige Schallabstrahlung über einen breiten Frequenzbereich festzustellen. In einem Frequenzbereich von $f = 200$ Hz bis $x/D \approx 3000$ Hz werden die experimentell bestimmten Amplituden dabei von der Simulation um bis zu 10 dB unterschätzt, im höheren Frequenzbereich werden die ersten drei axialen Positionen $x/D = 0$, $x/D = 12$ und $x/D = 25$ dagegen sehr gut vorhergesagt. Bei der letzten axialen Position $x/D = 37$ findet im oberen Frequenzbereich hingegen eine leichte Überschätzung statt.

Eine sehr interessante Erkenntnis ergibt sich bei dem direkten Vergleich der Ergebnisse der Simulationen mit FLOWSI/CLAWPACK auf der einen und FASTEST/PIANO auf der anderen Seite. Man kann erkennen, dass beide Simulationsverfahren trotz der sehr unterschiedlichen numerischen Techniken eine nahezu identische Vorhersage liefern.

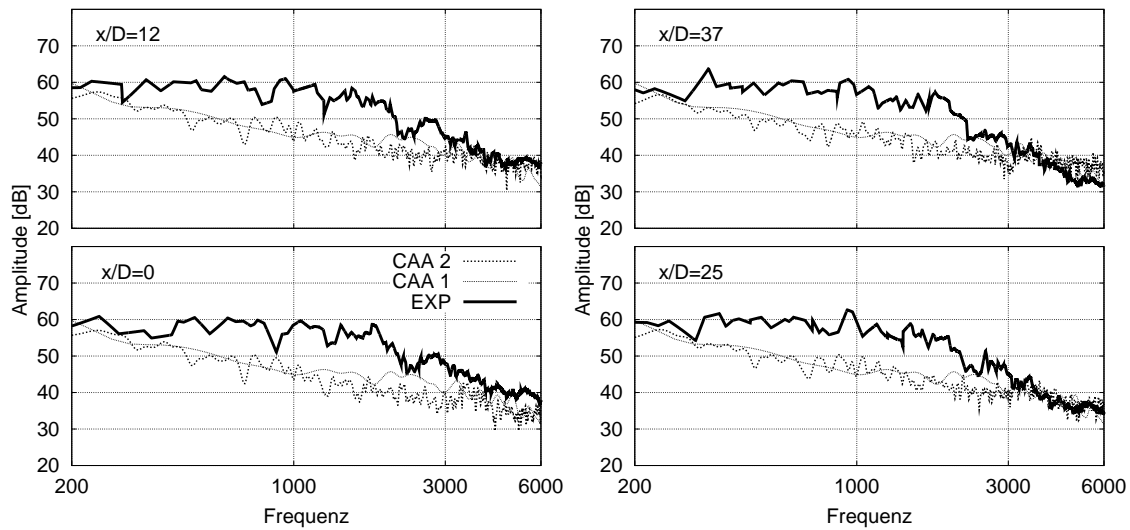


Abbildung 7.20: Vergleich von simulierten und mittels experimenteller Daten bestimmten Spektren des Schalldruckpegels der DLR-A-Flamme. Es werden Berechnungen mit CLAWPACK (CAA 1) und PIANO (CAA 2) gezeigt.

Die etwas größere Rauschamplitude in der Rechnung mit FASTEST/PIANO ist durch die höhere Anzahl an Stützstellen für die Fast-Fourier-Transformation (2^{14} Stützstellen für die Simulationen mit FLOWSI/CLAWPACK bzw. 2^{15} Stützstellen für die Simulation mit FASTEST/PIANO) begründet. Die Vorhersage ist insgesamt befriedigend, aufgrund der zu niedrigen Amplituden im unteren Frequenzbereich ist es jedoch wünschenswert, weitere Untersuchungen anzustellen.

Daher wird die Simulation der DLR-A-Flamme nochmals auf einem modifizierten numerischen Gitter durchgeführt, als wesentlicher Unterschied wird dabei das Rechengebiet in axialer Richtung verlängert, um so auch mögliche Beiträge zum thermoakustischen Quellterm zu erhalten, welche weiter stromab entstehen. Die Verlängerung des Rechengebietes scheint insbesondere gerechtfertigt bei einer erneuten Betrachtung der Schallgeschwindigkeit in Abbildung 7.15, am Ende des Rechengebietes $x/D = 87$ ist ein noch stark heterogenes Feld zu beobachten. Weiterhin ist zu berücksichtigen, dass die verwendete Sponge Layer-Randbedingung einen Einfluss in das Rechengebiet hinein ausübt (vgl. Abschnitt 5.2.2), auch dieser Umstand könnte ungünstig sein. Aufgrund der Tatsache, dass sich akustische Wellen auch stromauf ausbreiten, ist es denkbar, dass Beiträge zum thermoakustischen Quellterm in einem Bereich stromab von $x/D = 87$ auch einen Einfluss auf das gesamte akustische Feld haben und damit auf die Ergebnisse an allen Messpositionen. Konsistent zu den bisher verwendeten Gittern wird das modifizierte Gitter als Gitter C bezeichnet.

Das Rechengebiet wird verlängert von $x/D = 87$ auf $x/D = 125$, es ergeben sich damit ca. $1.9 \cdot 10^6$ Kontrollvolumina. Die Berechnungen mit dem verlängerten Gitter werden wiederum in Form von spektralen Vergleichen evaluiert, siehe Abbildung 7.21.

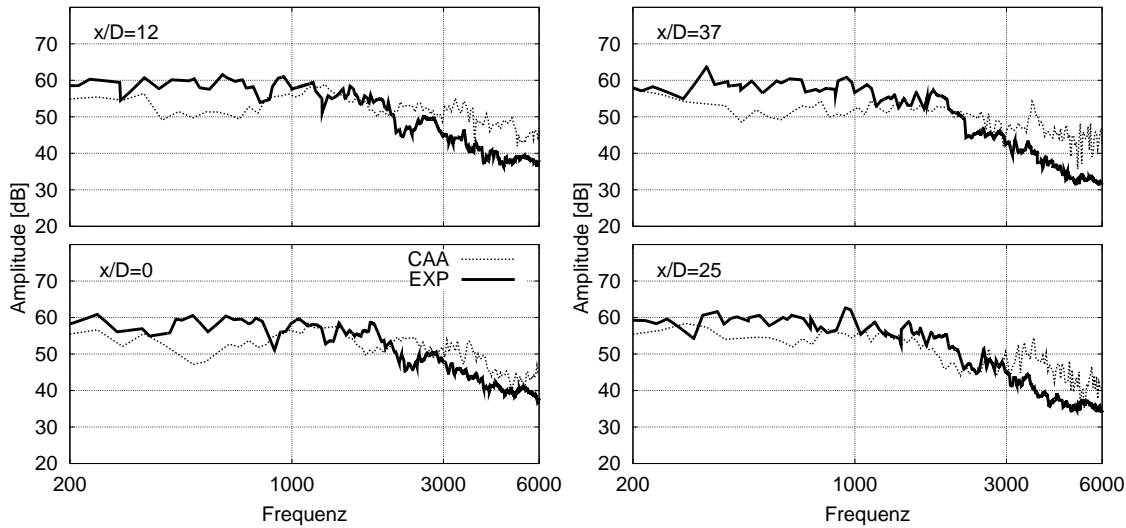


Abbildung 7.21: Vergleich von simulierten und mittels experimenteller Daten bestimmten Spektren des Schalldruckpegels der DLR-A-Flamme. Es werden Berechnungen mit PIANO auf einem modifizierten Gitter (Gitter C) gezeigt.

Es ist ersichtlich, dass die Berechnungen auf dem verlängerten Gitter eine deutliche Verbesserung der Vorhersagequalität der Akustiksimulation liefern. Es ergibt sich nur noch eine leichte Unterschätzung im Frequenzbereich unterhalb von $f = 1000$ Hz, speziell bei $x/D = 25$ wird eine sehr gute Vorhersage erreicht. Im höheren Frequenzbereich ($f = 3000$ Hz bis $f = 6000$ Hz) ergibt sich dagegen eine leichte Überschätzung der experimentellen Daten.

Es verbleibt noch die Evaluierung der akustischen Simulationen zur DLR-B-Flamme. Hier war es im Rahmen dieser Arbeit nicht mehr möglich, Akustiksimulationen auf dem verlängerten Gitter C durchzuführen, daher können nur die Berechnungen präsentiert werden, welche auf Gitter B durchgeführt wurden. Der spektrale Vergleich ist in Abbildung 7.22 dargestellt. Konsistent mit den Berechnungen zur DLR-A-Flamme auf Gitter B ergibt sich eine Unterschätzung in einem Bereich von $f = 200$ Hz bis $f = 3000$ Hz, diese ist jedoch sehr viel stärker ausgeprägt im Vergleich zu den Simulationen der DLR-A-Flamme. Bei den ersten beiden axialen Positionen $x/D = 0$ und $x/D = 12$ werden die experimentellen Ergebnisse sogar über den gesamten Frequenzbereich unterschätzt. Es ist zu vermuten, dass für eine verbesserte Vorhersage der DLR-B-Flamme ein noch längeres Rechengelände notwendig ist, als dies für die DLR-A-Flamme der Fall ist, da die DLR-B-Flamme aufgrund der höheren Eintrittsgeschwindigkeit des Brennstoffstroms einen noch größeren axialen Bereich einnehmen könnte. Eine weitere Einschränkung stellt das verwendete Steady-Flamelet-Modell dar, mit dem Effekte lokaler Verlöschung nicht abgebildet werden können. Solche Effekte können jedoch wie erwähnt für die DLR-B-Flamme bedeutsam sein. Hiervon wäre auch direkt der thermoakustische Quellterm betroffen, da dieser aus zeitlichen Ableitungen der Dichte besteht. Die können durch ein lokales Verlöschereignis sehr groß werden. Diese Situation ist jedoch im Kontext des verwendeten Steady-Flamelet-

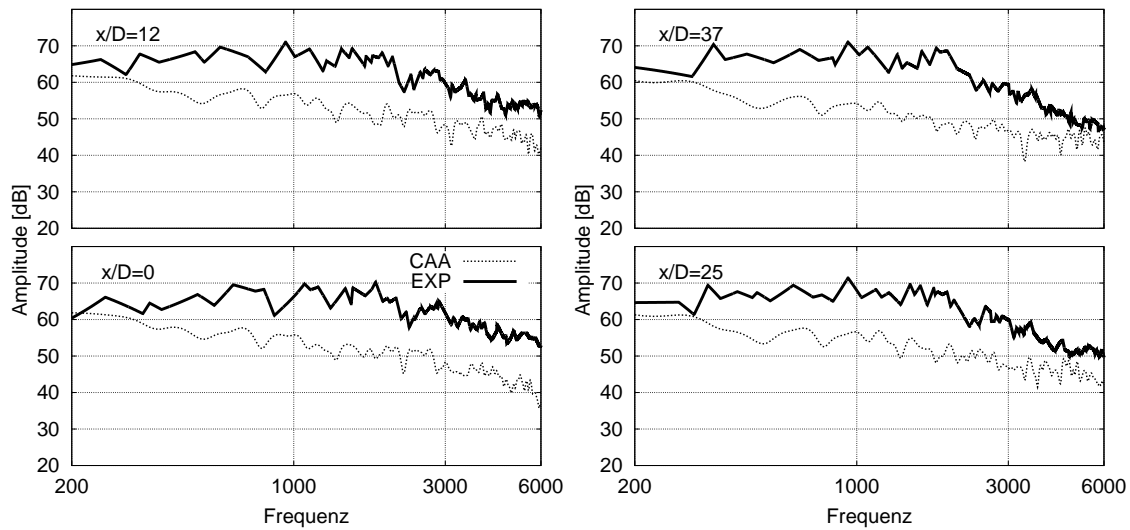


Abbildung 7.22: Vergleich von simulierten und mittels experimenteller Daten bestimmten Spektren des Schalldruckpegels der DLR-B-Flamme. Es werden Berechnungen mit PIANO auf Gitter B gezeigt.

Modells nicht geeignet zu beschreiben. Insgesamt muss daher festgehalten werden, dass die akustische Simulation der DLR-B-Flamme mit Unsicherheiten behaftet ist.

7.2.3 Bewertung

Aus der Evaluierung der durchgeführten Grobstruktursimulationen für die DLR-A-Flamme und die DLR-B-Flamme ergibt sich insgesamt eine sehr gute Vorhersage der Strömungs- und Mischungsfelder, sowie eine gute Vorhersage von skalaren Größen wie der Temperatur. Positiv hervorzuheben ist die Tatsache, dass mit beiden verwendeten Strömungslösern eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten zu beobachten ist. Der Einsatz verschiedener Gitter ergibt eine minimale Gitterabhängigkeit der Lösung, die gewählten Auflösungen sind ausreichend.

Die Berechnungen des akustischen Feldes der DLR-A-Flamme sind aus verschiedenen Gründen sehr aufschlussreich. Auf der einen Seite sind die mit den unterschiedlichen Akustiklösern erzeugten Ergebnisse nahezu deckungsgleich, obwohl hier sehr unterschiedliche Simulationsverfahren zum Einsatz kommen. Dies spricht für die Konsistenz der durchgeführten Implementierungen. Eine Variation der Rechengebietslänge führt für den Fall der DLR-A-Flamme zu einer sehr guten Vorhersage des Schalldruckpegels über einen breiten Frequenzbereich. Die leichten Abweichungen im höheren Frequenzbereich können möglicherweise auf eine nicht ausreichende Frequenzauflösung hindeuten. Die akustischen Simulationen der DLR-B-Flamme ergeben eine im Vergleich zur DLR-A-Flamme verringerte Vorhersagequalität, hier sind weitere Untersuchungen wünschenswert. Zu nennen wäre eine Berechnung unter Verwendung eines höherwertigen Verbrennungsmodells zur Beschreibung des lokalen Verlöschens. Weiterhin könnten analog zur DLR-A-Flamme Berechnungen auf einem in axialer Richtung verlängerten Gitter durchgeführt werden.

Die in diesem Abschnitt präsentierten Ergebnisse zeigen, dass die Schallemissionen von turbulenten Flammen mit den vorgeschlagenen Strategien zur Kopplung von einem Strömungslöser mit dem jeweiligen Akustiklöser sehr gut beschrieben werden können. Es erscheint daher gerechtfertigt, mittels der verwendeten LES/CAA-Methodiken das Phänomen der thermoakustischen Instabilität zu adressieren.

7.3 Generische Brennkammer

Wie in Kapitel 1 einleitend beschrieben, können beim Betrieb von Gasturbinenbrennkammern thermoakustische Instabilitäten auftreten. Aufgrund der geometrischen Komplexität und der eingeschränkten Zugangsmöglichkeiten für laseroptische Messmethoden ist es nur schwer möglich, eine reale Gasturbine detailliert zu untersuchen.

Weiterhin ist für eine reale Gasturbinenbrennkammer bereits eine korrekte Berechnung des Strömungsfeldes ohne Berücksichtigung chemischer Reaktionen oder akustischer Effekte mittels einer Grobstruktursimulation eine sehr anspruchsvolle Aufgabe. Daher wurde von [CHAKRAVARTHY et al. 2007] eine generische Brennkammer zur Untersuchung thermoakustischer Instabilitäten konstruiert. Diese ist als generisch zu bezeichnen, weil sie im Vergleich zu einer realen Gasturbinenbrennkammer geometrisch stark vereinfacht ist. Als ein wesentliches Element des Betriebes technischer Gasturbinen bleiben jedoch turbulente Bedingungen für das reagierende Strömungsfeld erhalten. Die Konfiguration ist somit sehr gut geeignet zur grundlegenden Untersuchung des Phänomens der thermoakustischen Instabilität unter turbulenten Bedingungen. Durch eine Variation der Betriebsbedingungen werden einige ausgezeichnete Betriebspunkte erreicht, bei welchen sich thermoakustische Instabilitäten ausbilden. Es werden im Rahmen dieser Arbeit zwei ausgewählte Betriebspunkte untersucht, die sich durch einen aus thermoakustischer Sicht stabilen bzw. instabilen Betrieb auszeichnen.

Die Validierung von den durchgeführten LES/CAA-Simulationen erfolgt durch den Vergleich mit experimentellen Daten für das reagierende Strömungsfeld, welches mittels *Particle Image Velocimetry* (PIV) vermessen wurde. Diese Messungen wurden durchgeführt von [SHREENIVASAN 2009]. Das akustische Feld wurde vermessen von [CHAKRAVARTHY et al. 2007], die Charakterisierung erfolgt analog zu den bisher berechneten Fällen durch die Aufnahme von Zeitreihen des Schalldruckes und anschließende Fast-Fourier-Transformation. Im Gegensatz zu den zuvor vorgestellten Freistrahlfammen ist eine Validierung von skalaren Größen für die generische Brennkammer nicht möglich. Obwohl die Konfiguration eine geringe geometrische Komplexität aufweist, ist sie aufgrund der Struktur, welche im folgenden Abschnitt beschrieben wird, nur mit einem blockstrukturierten Gitter darstellbar. Für die generische Brennkammer wurden daher nur Berechnungen mit FASTEST und PIANO durchgeführt.

7.3.1 Experimenteller Aufbau

Der experimentelle Aufbau der Brennkammer ist in Abbildung 7.23 dargestellt. Es erfolgt eine Zufuhr von Verbrennungsluft in das Plenum, dieses wird abgeschlossen mit einem Querschnittssprung. Durch diese Bauweise ergibt sich eine definierte akustische Randbedingung. Der Querschnitt des Kanalabschnittes A beträgt $30 \times 60 \text{ mm}^2$, nach der Querschnittserweiterung durch eine zurückspringende Kante besitzt der Kanalabschnitt B einen quadratischen Querschnitt mit den Abmessungen $60 \times 60 \text{ mm}^2$. Unmittelbar unterhalb der zurückspringenden Kante wird der gasförmige Brennstoff in das System eingebracht, es wird Methan verwendet. Nach der zurückspringenden Kante bildet sich eine Scherschicht zwischen dem Luft- und dem Brennstoffstrom aus, hier stabilisiert sich die Flamme.

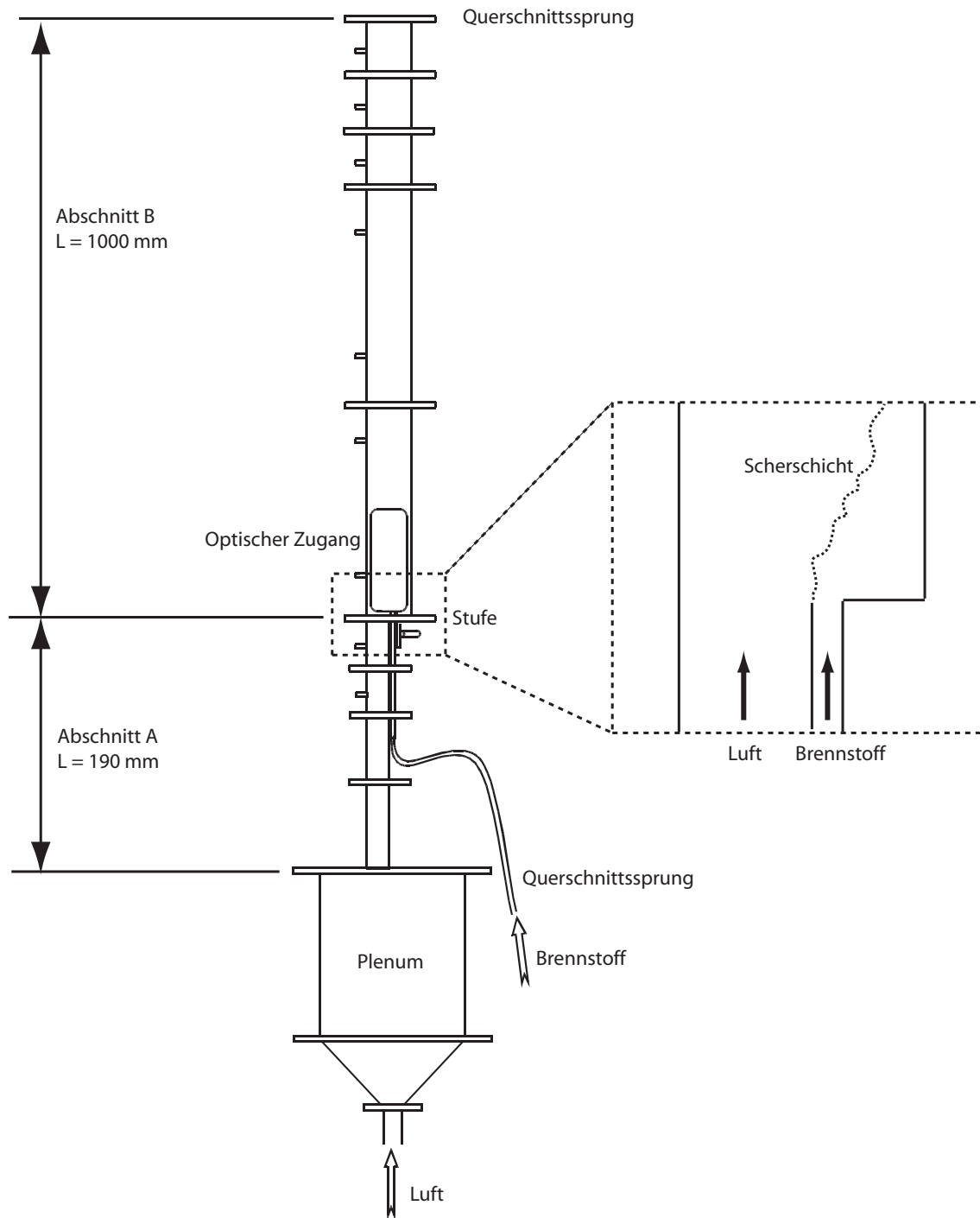


Abbildung 7.23: Schematische Darstellung der generischen Brennkammer. Die Verbrennung findet bei Umgebungsdruck statt, der Brennstoff tritt in gasförmiger Form in das System ein. Nach dem Querschnittssprung am Ende des Abschnittes B schließt sich die Umgebung an.

Am Ende des Kanalabschnittes B wird der Kanalquerschnitt wiederum sprunghaft erweitert, damit wird auch am Auslass eine definierte akustische Randbedingung ermöglicht. [CHAKRAVARTHY et al. 2007] führen eine Variation von bestimmten Betriebspara-

metern durch. Zum Einen wird das globale Äquivalenzverhältnis durch unterschiedliche Brennstoff- bzw. Luftmassenströme variiert, zum Anderen ist die Länge der beiden Kanalabschnitte variabel. Diese Parameter beeinflussen die folgenden physikalischen Effekte:

- Die Gesamtlänge der Kanalabschnitte bestimmt die akustischen Eigenfrequenzen des Systems.
- Die Länge des Kanalabschnittes A bestimmt näherungsweise die Position der fluktuierenden Wärmefreisetzung als thermoakustische Schallquelle und damit den Phasenversatz zwischen der fluktuierenden Wärmefreisetzung und dem Schalldruck.
- Die Variation der Massenströme resultiert in einer Variation der Wirbelablösefrequenz an der zurückspringenden Kante, hiervon wird auch der thermoakustische Quellterm beeinflusst.

Durch eine geeignete Wahl dieser Parameter ist es möglich, thermoakustisch instabile Betriebsbedingungen zu erzeugen. Im Rahmen dieser Arbeit werden für die durchzuführenden Simulationen zwei Betriebspunkte ausgewählt, die sich durch die gleichen geometrischen Abmessungen (siehe Abbildung 7.23) sowie einen identischen Brennstoffmassenstrom auszeichnen. Lediglich der Luftmassenstrom wird variiert. In ihrer Ausprägung unterscheiden sich die Betriebspunkte dadurch, dass sich bei dem Fall mit höherem Luftmassenstrom eine thermoakustische Instabilität aufbaut. Die entsprechenden Luft- und Brennstoffmassenströme sind in Tabelle 7.3 zusammengestellt. Die Reynoldszahl wird gebildet mit der Stufenhöhe $h = 0.03$ m sowie der mittleren Eintrittsgeschwindigkeit der Verbrennungsluft $u_{Luft} = 5$ m/s und der Viskosität $\nu_{Luft} \approx 1.85 \cdot 10^{-5}$ m²/s der Verbrennungsluft. Es ist noch zu erwähnen, dass die angegebenen Massenströme unter Verwendung der experimentellen statistischen Profile abgeschätzt wurden, da die experimentell bestimmten Massenströme fehlerbehaftet sind [CHAKRAVARTHY 2010]. Mit den bekannten Massenströmen kann für beide Betriebspunkte ein globaler Mischungsgrad berechnet

Tabelle 7.3: Betriebsparameter für thermoakustisch stabilen bzw. instabilen Betrieb der generischen Brennkammer.

Thermoakustisch stabiler Betrieb	
Brennstoffmassenstrom $\dot{m}_{Br.}$	144 mg/s
Luftmassenstrom \dot{m}_{Luft}	4.5 g/s
Mittlere Eintrittsgeschwindigkeit u_{Luft}	5 m/s
Reynoldszahl $Re = u_{Luft}h/\nu_{Luft}$	8094
Thermoakustisch instabiler Betrieb	
Brennstoffmassenstrom $\dot{m}_{Br.}$	144 mg/s
Luftmassenstrom \dot{m}_{Luft}	9.9 g/s
Mittlere Eintrittsgeschwindigkeit u_{Luft}	11 m/s
Reynoldszahl Re	17807

werden. Für den thermoakustisch stabilen Fall ergibt sich dieser zu $f = 0.032$, während sich für den thermoakustisch instabilen Fall ein globaler Mischungsgrad von $f = 0.0145$ ergibt. Benutzt man weiterhin die Beziehung

$$\Phi = \frac{f}{1-f} \cdot \frac{1-f_{st}}{f_{st}}, \quad (7.1)$$

so ergeben sich die globalen Äquivalenzverhältnisse zu $\Phi = 0.57$ für den thermoakustisch stabilen Fall bzw. $\Phi = 0.25$ für den thermoakustisch instabilen Fall.

7.3.2 Numerischer Aufbau

Die Geometrie der generischen Brennkammer kann mit einem einfach strukturierten Gitter abgebildet werden, es müssen keine schiefwinkligen Zellen verwendet werden. Den Erkenntnissen aus Abschnitt 6.2 folgend werden die Querschnittssprünge am Einlass und am Austritt in das Rechengebiet aufgenommen, um das akustische Reflexionsverhalten korrekt beschreiben zu können. In Abbildung 7.24 ist eine Ansicht der Blockstruktur des verwendeten numerischen Gitters dargestellt. Da die Geometrie vollständig mit quaderförmigen Zellen abgebildet werden kann, ist eine Gitteroptimierung hier nicht notwendig. Es werden zwei numerische Gitter für die Simulationen verwendet. Das Gitter A besteht aus ca. $2.4 \cdot 10^6$ Kontrollvolumina, während das Gitter B ca. $3.4 \cdot 10^6$ Zellen beinhaltet. Der wesentliche Unterschied zwischen den Gittern besteht in einer höheren Auflösung der Umgebung der zurückspringenden Kante mit dem Gitter B (ca. 0.5 mm im Vergleich zu ca. 0.8 mm).

Aufgrund der hohen Strömungsgeschwindigkeiten von Brennstoff- und Luftstrom im Vergleich zu typischen Flammengeschwindigkeiten (Für das hier verwendete Methan-Luft-Gemisch kann eine Größenordnung der laminaren Flammengeschwindigkeit von $s_l \approx 0.3 \text{ m/s}$ angegeben werden, die Eintrittsgeschwindigkeiten betragen $u_{Luft} = 5 \text{ m/s}$ und $u_{Br.} = 13 \text{ m/s}$) wird für die Beschreibung des chemischen Systems auf das FGM-Modell zurückgegriffen. Hiermit ist es möglich, eine lokal abgehoben brennende Flamme im Bereich hinter der zurückspringenden Kante berechnen zu können. Die entsprechende Chemietabelle wird erstellt mit 901 Stützstellen in Mischungsgradrichtung, 101 Stützstellen in Fortschrittsvariablenrichtung sowie elf Stützstellen für die Varianz des Mischungsgrades.

Am Luft- bzw. Brennstoffeinlass werden zunächst Blockprofile für die Geschwindigkeiten vorgegeben, in einem zweiten Schritt werden turbulente Einstromdaten für den Brennstoffstrom vorgegeben. Der Einfluss hiervon wird in Abschnitt 7.3.3 gezeigt. An den festen Wänden gilt die Haftbedingung $u_i = 0$. Am Ausstromrand wird die vorgestellte konvektive Ausstromrandbedingung vorgegeben (vgl. Abschnitt 5.1.6). Der Mischungsgrad wird am Brennstoffeinlass zu $f = 1$ gesetzt, während für den Lufteinlass entsprechend $f = 0$ gilt. An festen Wänden sowie am Ausstrom gilt für den Mischungsgrad eine Nullgradient-Randbedingung. Für die akustischen Variablen gilt an der Wand die in Abschnitt 5.2.2 vorgestellte Wand-Randbedingung, während am Einlass und am Austritt die Sponge-Layer-Randbedingung verwendet wird. Die Referenzgrößen zur Entdimensionierung betragen $L = 1 \text{ m}$ und $c_\infty = 347.79 \text{ m/s}$ bzw. $\rho_\infty = 1.17 \text{ kg/m}^3$.

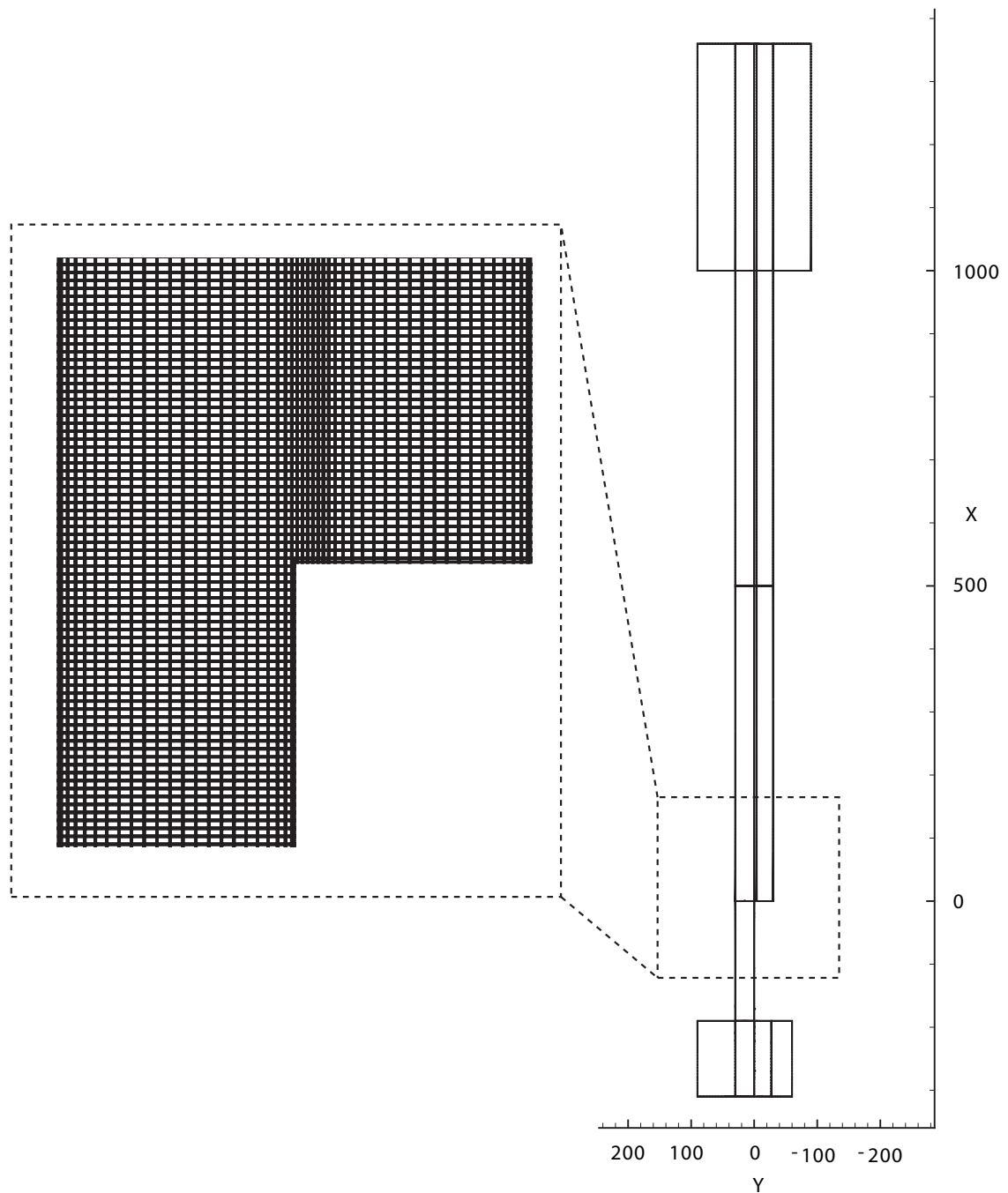


Abbildung 7.24: Ansicht der Blockstruktur des numerischen Gitters, welches für die Simulationen der generischen Brennkammer verwendet wird. Zusätzlich ist noch ein Ausschnitt in der Nähe der zurückspringenden Kante dargestellt. Alle Abmessungen sind in Millimetern angegeben.

Wie bei den Berechnungen zu den turbulenten Freistrahlfammen wird im Rahmen von FASTEST zunächst eine Mischungslösung berechnet und von dieser ausgehend das reagierende Strömungsfeld berechnet. Die akustischen Größen werden zu Beginn der Rechnung zu Null gesetzt.

Die akustischen Berechnungen werden analog zu den bisher vorgestellten Konfigurationen durch einen spektralen Vergleich von Simulation und Experiment validiert. Dazu werden erneut Zeitreihen des Schalldruckes an definierten Positionen aufgenommen, diese sind in Abbildung 7.25 dargestellt.

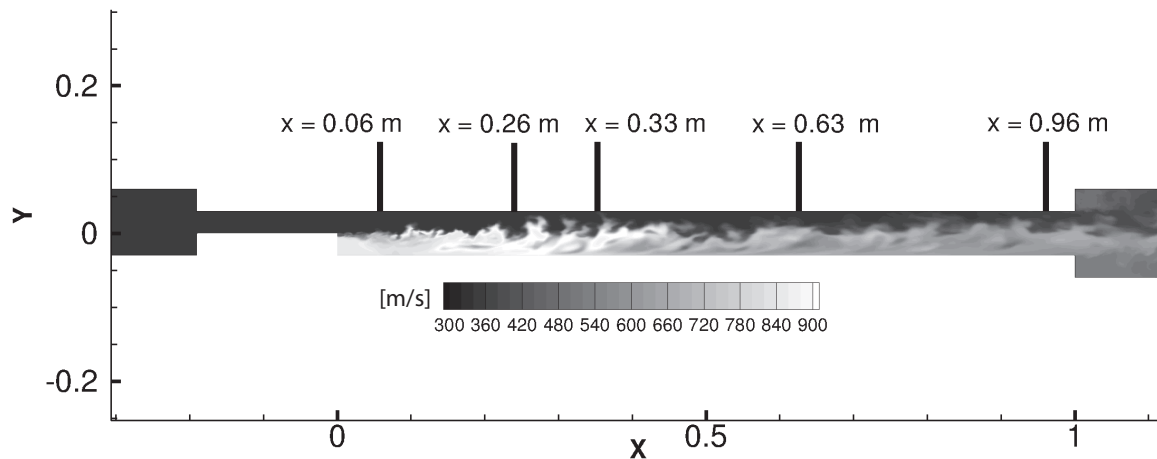


Abbildung 7.25: Lage der Positionen, an welchen experimentelle sowie simulierte Zeitreihen aufgenommen werden. Zusätzlich ist noch die instantane Schallgeschwindigkeit für den thermoakustisch stabilen Betriebspunkt dargestellt. Alle Abmessungen sind in Metern angegeben.

7.3.3 Ergebnisse: Thermoakustisch stabiler Betrieb

Im folgenden Abschnitt werden die Ergebnisse zu den Berechnungen des thermoakustisch stabilen Betriebspunktes der generischen Brennkammer dargestellt.

Reagierende Strömung

Wie bereits angesprochen wurde die Grobstruktursimulation zunächst mit konstanten Einstromdaten sowie in einem zweiten Schritt mit turbulenten Einstromdaten für den Brennstoffmassenstrom durchgeführt. Zur Erzeugung der Einstromdaten wird ein Längenmaß von der Hälfte der Kanalhöhe angenommen. In Abbildung 7.26 ist jeweils eine Momentanaufnahme des Mischungsgradfeldes für beide Fälle dargestellt. Für den Fall der konstanten Einstromgeschwindigkeit ist deutlich zu erkennen, dass der Brennstoffstrom bis zu $x \approx 0.05\text{ m}$ ohne eine sichtbare Entwicklung von turbulenten Strukturen in das System eindringt. Dieses Verhalten ist zu erwarten, da die Zuleitung des Brennstoffes zu der zurückspringenden Kante nicht im numerischen Gitter enthalten ist und sich somit keine turbulenten Strukturen vor dem Brennstoffeinlass ausbilden können.

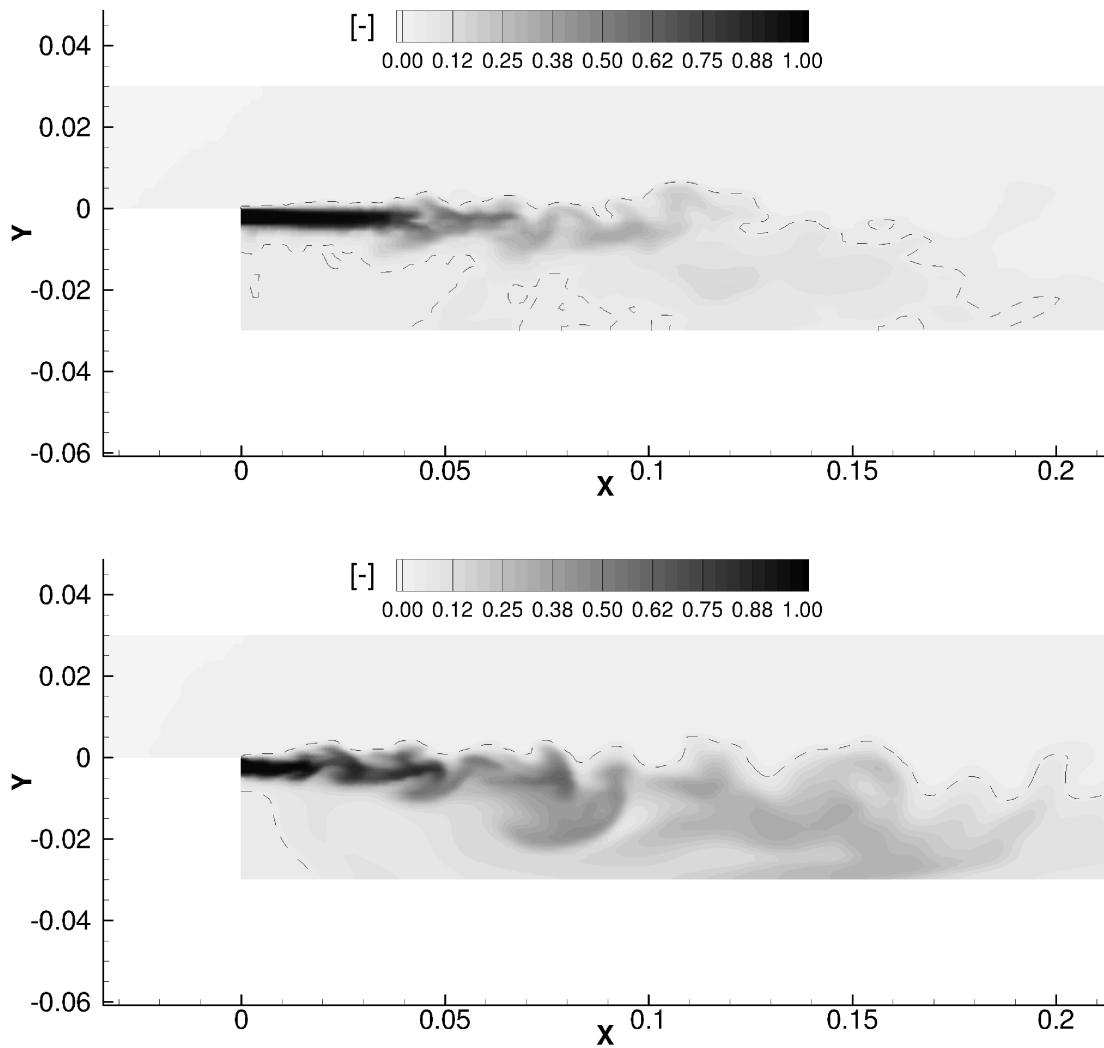


Abbildung 7.26: Momentanaufnahme des Mischungsgradfeldes, berechnet ohne turbulente Einstromdaten für den Brennstoffstrom (oben) sowie mit turbulenten Einstromdaten für den Brennstoffstrom (unten). Alle Abmessungen sind in Metern angegeben.

Im Vergleich dazu etablieren sich bei Verwendung von turbulenten Einstromdaten bereits unmittelbar an der zurückspringenden Kante ausgeprägte Strukturen. Aufgrund dieses qualitativen Vergleiches werden alle weiteren Berechnungen mit turbulenten Einstromdaten für den Brennstoffstrom durchgeführt. Um einen weiteren qualitativen Eindruck von der Grobstruktursimulation der generischen Brennkammer zu geben, sind in Abbildung 7.27 Momentanaufnahmen der Axialgeschwindigkeit, der Geschwindigkeit quer zur Hauptströmung (Geschwindigkeit in z -Richtung) sowie der Temperatur dargestellt. Bei Betrachtung der Axialgeschwindigkeit ist eine ausgeprägte Rezirkulationszone nach der zurückspringenden Kante zu erkennen.

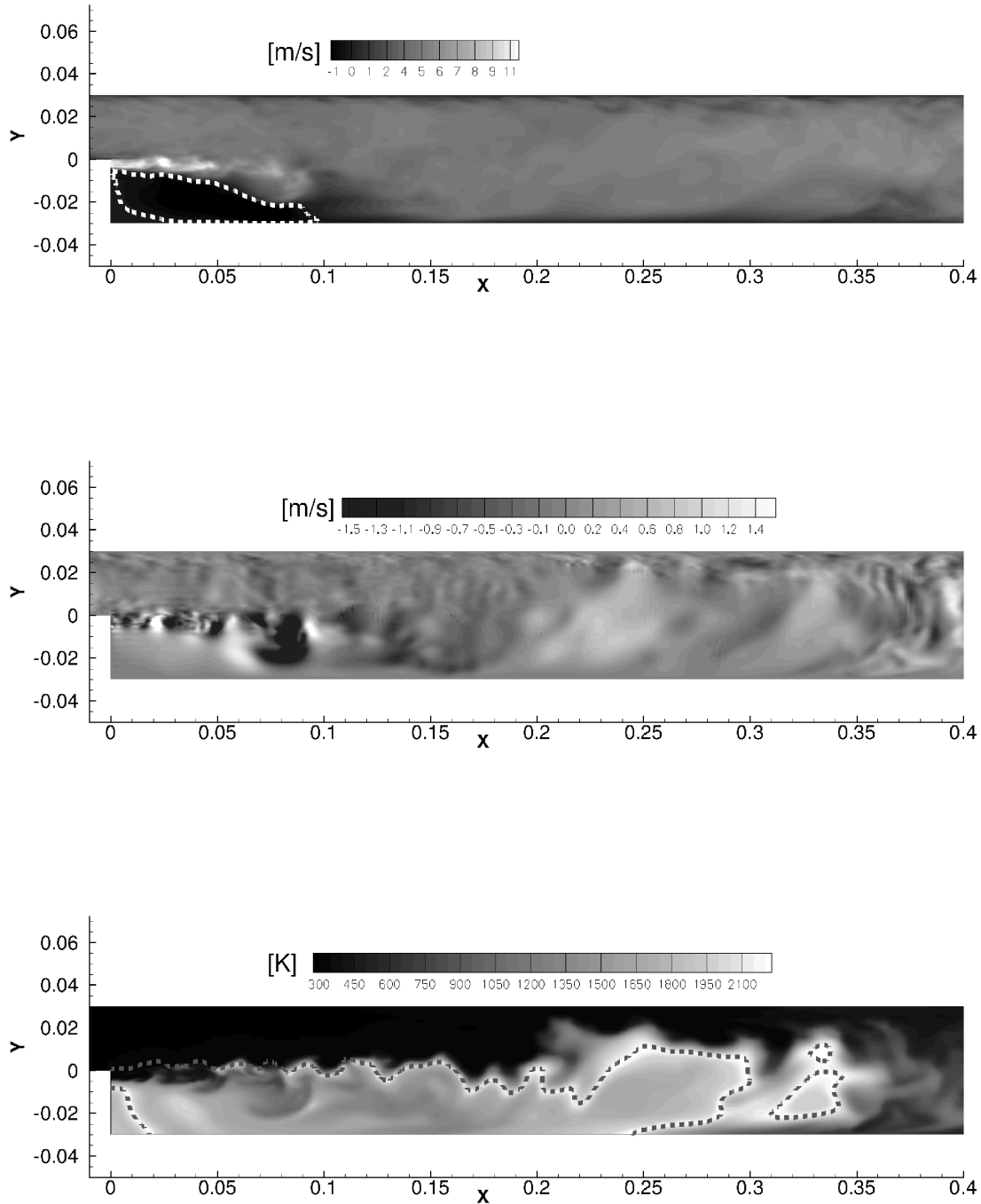


Abbildung 7.27: Momentanaufnahmen der Axialgeschwindigkeit (oben) sowie der Geschwindigkeit quer zur Hauptströmungsrichtung (z -Richtung, Mitte) und der Temperatur (unten). Die Isolinien deuten die Rezirkulationszone an ($u_{axial} = 0$ m/s, oben) sowie den Bereich stöchiometrischer Mischung (unten). Alle Abmessungen sind in Metern angegeben.

Das turbulente Verhalten der Strömung kann anhand der Geschwindigkeit in z -Richtung unmittelbar am Brennstoffeinlass sichtbar gemacht werden. Etwas weiter stromab ($x \approx 0.1$ m bis $x \approx 0.2$ m) offenbart die Geschwindigkeit in z -Richtung sehr große Strukturen im Vergleich zu dem Bereich des Brennstoffeinlasses, dies kann durch die in diesem Bereich sehr hohe Temperatur und einer damit einhergehenden hohen molekularen Viskosität begründet werden. Anhand der Temperatur sind weiterhin Effekte von endlich schneller Chemie zu erkennen, hier liegt im Bereich hinter der Kante ($x = 0$ m bis $x \approx 0.05$ m) bereits ein brennfähiges Gemisch vor, die Temperatur bleibt jedoch niedrig.

Die Validierung der Grobstruktursimulation erfolgt wie bisher anhand eines Vergleiches von statistischen Profilen, von experimenteller Seite stehen dabei nur Informationen über die mittlere Strömung zur Verfügung. Der Vergleich erfolgt an fünf verschiedenen axialen Höhen und ist in Abbildung 7.28 dargestellt.

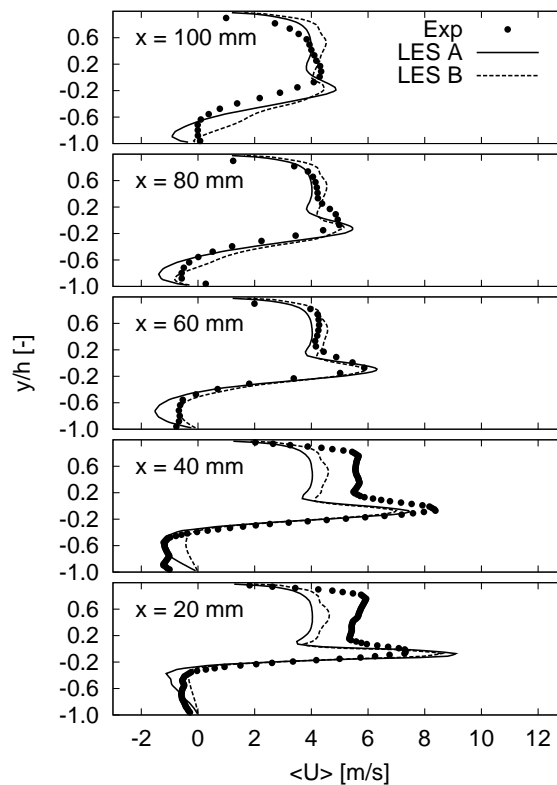


Abbildung 7.28: Statistische Profile der Axialgeschwindigkeit für den thermoakustisch stabilen Fall. Die y -Koordinate ist entdimensioniert mit der Stufenhöhe $h = 0.03$ m. Es werden Berechnungen mit FASTEST auf Gitter A (LES A) und Gitter B (LES B) gezeigt.

Es kann festgestellt werden, dass die Axialgeschwindigkeit bei $x = 20$ mm und $x = 40$ mm in der oberen Kanalhälfte von den Simulationen auf beiden Gittern unterschätzt wird, weiter stromab hingegen stimmt diese gut mit den experimentellen Daten überein. Die Berechnung auf dem Gitter B ergibt eine etwas höhere Axialgeschwindigkeit in der oberen Kanalhälfte im Vergleich zum Gitter A, diese liegt etwas näher an den experimentellen

Ergebnissen. Die Axialgeschwindigkeit im Bereich der Rezirkulationszone wird durch die Berechnung auf dem Gitter A bei allen Profilen außer bei $x = 40$ mm zu niedrig vorhergesagt. Die Simulation auf dem Gitter B zeigt hier eine leichte Verbesserung, dies ist bei $x = 60$ mm und bei $x = 80$ mm zu erkennen. Der in die Stufe eingebrachte Brennstoffmassenstrom ist gut an der Geschwindigkeitsüberhöhung in der Kanalmitte bei $x = 20$ mm bis $x = 60$ mm zu erkennen. Dabei kann festgestellt werden, dass der Brennstoffmassenstrom bei $x = 20$ mm auf beiden Gittern leicht überschätzt wird, weiter stromab hingegen ist eine befriedigende Übereinstimmung mit den experimentellen Daten festzustellen.

Wie bereits erwähnt wurde, sind die vorgegebenen Massenströme abgeschätzt worden. Es ist nun vorstellbar, diese Massenströme so einzustellen, dass die ersten beiden Profile eine bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen aufweisen. Als eine Konsequenz würde sich dann eine Abweichung in Richtung zu hoher berechneter Geschwindigkeiten für die nachfolgenden axialen Positionen ergeben. Dies könnte darauf hindeuten, dass im Bereich des heißen Gases im experimentellen Betrieb ein Wandwärmeübergang stattfindet, durch den die Temperatur im Vergleich zu adiabaten Bedingungen absinkt. Dies würde aufgrund einer höheren Dichte zu niedrigeren Strömungsgeschwindigkeiten im Experiment führen. Eine Abschätzung des Wärmeübergangs ergab eine mögliche Temperaturabsenkung von $\Delta T \approx 100$ K, es sollte also keine zu große Diskrepanz zwischen Simulation und Experiment beobachtet werden. Zur weiteren Klärung der Abweichungen wären zusätzliche experimentelle Daten nötig. Zum Einen ist hier die Fluktuation der Geschwindigkeiten zu nennen, zum Anderen wäre eine Validierung anhand skalarer Größen wünschenswert. Zum Zeitpunkt der Erstellung dieser Arbeit lagen diese experimentellen Daten jedoch nicht vor. Insgesamt kann dennoch festgestellt werden, dass eine zufriedenstellende Übereinstimmung von Simulation und Experiment erreicht werden kann.

Aeroakustik

Das simulierte akustische Feld in der generischen Brennkammer für den thermoakustisch stabilen Fall ist in Abbildung 7.29 dargestellt. Es ist ein breites Spektrum von Wellenlängen zu erkennen. Man beobachtet hochfrequente Anteile, die durch sehr kurze Wellenlängen gekennzeichnet sind. Weiterhin sind jedoch auch niederfrequente, langwellige Anteile zu beobachten. Diese sind durch die Geometrie bestimmt, es deuten sich stehende Wellen entlang der axialen Koordinate an. Dies ist ein Indikator dafür, dass die Reflexionen an den Querschnittssprüngen korrekt abgebildet werden und sich somit longitudinale Moden ausbilden können.

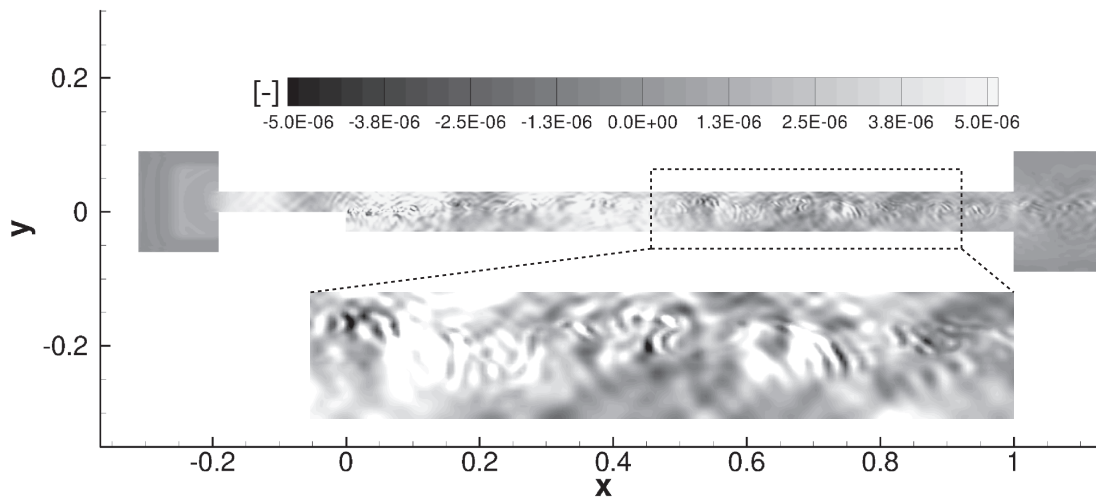


Abbildung 7.29: Momentanaufnahme des akustischen Feldes für den thermoakustisch stabilen Fall. Dargestellt ist der Schalldruck in dimensionsloser Form. Alle Abmessungen sind in Metern angegeben.

Die quantitative Bewertung der Akustiksimulation durch den Vergleich von simulierten und experimentell bestimmten Spektren ist durch Abbildung 7.30 gegeben.

Es ist zu erkennen, dass an allen axialen Positionen dominante Amplituden in einem niedrigen Frequenzbereich von $f = 0$ Hz bis $f \approx 200$ Hz auftreten. In diesem Kontext kann eine gute Übereinstimmung von Simulation und Experiment festgestellt werden. Die Amplituden werden mit dem Gitter A (CAA A) dabei an allen axialen Positionen unterschätzt. Dies ist bei Verwendung des Gitters B (CAA B) nicht mehr der Fall, hier gelingt für den Bereich von $f \approx 100$ Hz bis $f \approx 200$ Hz eine deutlich verbesserte Vorhersage. Dies ist dadurch begründet, dass mit Gitter B der Bereich der Scherschicht nach der zurückspringenden Kante feiner aufgelöst wird im Vergleich zu Gitter A. Da hier die Wirbelablösung stattfindet, führt eine erhöhte Auflösung in diesem Bereich zu einer verbesserten Vorhersage dieses Phänomens. Dies äußert sich in den akustischen Spektren durch größere Amplituden und somit ergibt sich die festgestellte Verbesserung der Vorhersagefähigkeit der akustischen Simulation.

Global betrachtet sind die größten Amplituden in der Umgebung von $f \approx 175$ Hz erkennbar. Bei $x = 0.06$ m und $x = 0.63$ m sind anhand der numerisch ermittelten Spektren auf Gitter A auch größere Amplituden bei $f \approx 350$ Hz und damit bei der doppelten Frequenz zu verzeichnen, dies könnte ein Hinweis für eine höhere Harmonische (Oberschwingung) sein. Bei Betrachtung des Verlaufes entlang der x -Koordinate kann festgestellt werden, dass eine ähnliche Größenordnung der Amplituden an den ersten vier axialen Positionen vorherrscht, lediglich an der Position nahe des Auslasses ($x=0.96$ m) ergeben sich in Übereinstimmung zwischen den Simulationen auf Gitter A und Gitter B sowie dem Experiment deutlich niedrigere Amplituden. Der Bereich von $f = 0$ Hz bis $f \approx 100$ Hz wird von beiden Simulationen unterschätzt. Um diesen tiefen Frequenzbereich verbessert vorherzusagen, wären sehr lange simulierte Zeitreihen notwendig, welche im Rahmen dieser Arbeit nicht mehr berechnet werden konnten.

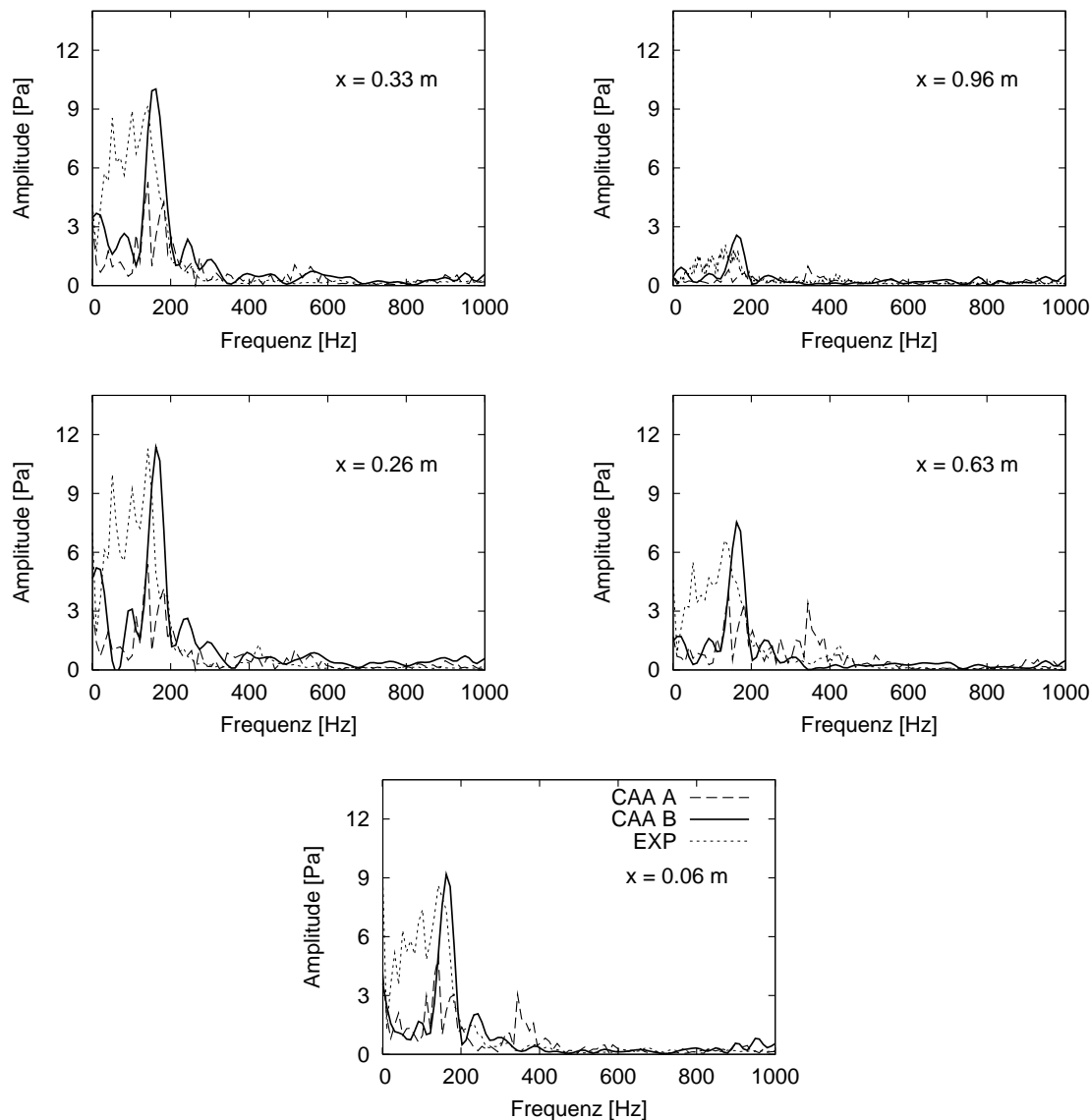


Abbildung 7.30: Vergleich von experimentell bestimmten Spektren mit numerischen Berechnungen an fünf verschiedenen axialen Positionen. Dargestellt ist die Amplitude des Schalldruckes über der Frequenz. Es werden Berechnungen mit PIANO auf Gitter A (CAA A) und Gitter B (CAA B) gezeigt.

7.3.4 Bewertung

Einschränkend auf die Vorhersagefähigkeit der Grobstruktursimulation wirkt sich die Tatsache aus, dass die eintretenden Massenströme nicht genau bekannt sind und somit abgeschätzt werden müssen. Für eine weitere Validierung wären Messungen von skalaren Größen von Interesse. Insbesondere die Abhebehöhe der turbulenten Flamme an der zurückspringenden Kante ist nur durch die Validierung anhand von skalaren Größen geeignet

zu bewerten. Dennoch zeigt die Grobstruktursimulation der generischen Brennkammer für den thermoakustisch stabilen Fall eine befriedigende Vorhersage.

Die akustischen Simulationen offenbaren eine sehr gute Übereinstimmung in Bezug auf den Frequenzgehalt. Bei Verwendung des Gitters B ergibt sich auch eine gute Vorhersage der Amplituden mit Ausnahme des Bereiches sehr tiefer Frequenzen. Es erscheint daher gerechtfertigt, das Phänomen der thermoakustischen Instabilität anhand der vorgeschlagenen LES/CAA-Methodik zu untersuchen. Die Berechnungen zu dem entsprechenden thermoakustisch instabilen Fall werden im folgenden Abschnitt präsentiert.

7.3.5 Ergebnisse: Thermoakustisch instabiler Betrieb

Wie in Abschnitt 7.3.1 dargestellt, unterscheiden sich die in dieser Arbeit untersuchten Betriebspunkte durch den zugeführten Massenstrom. Um einen qualitativen Eindruck der unterschiedlichen Strömungsverhältnisse zu geben, ist in Abbildung 7.31 ein Vergleich der momentanen Axialgeschwindigkeit für beide Fälle gegeben.

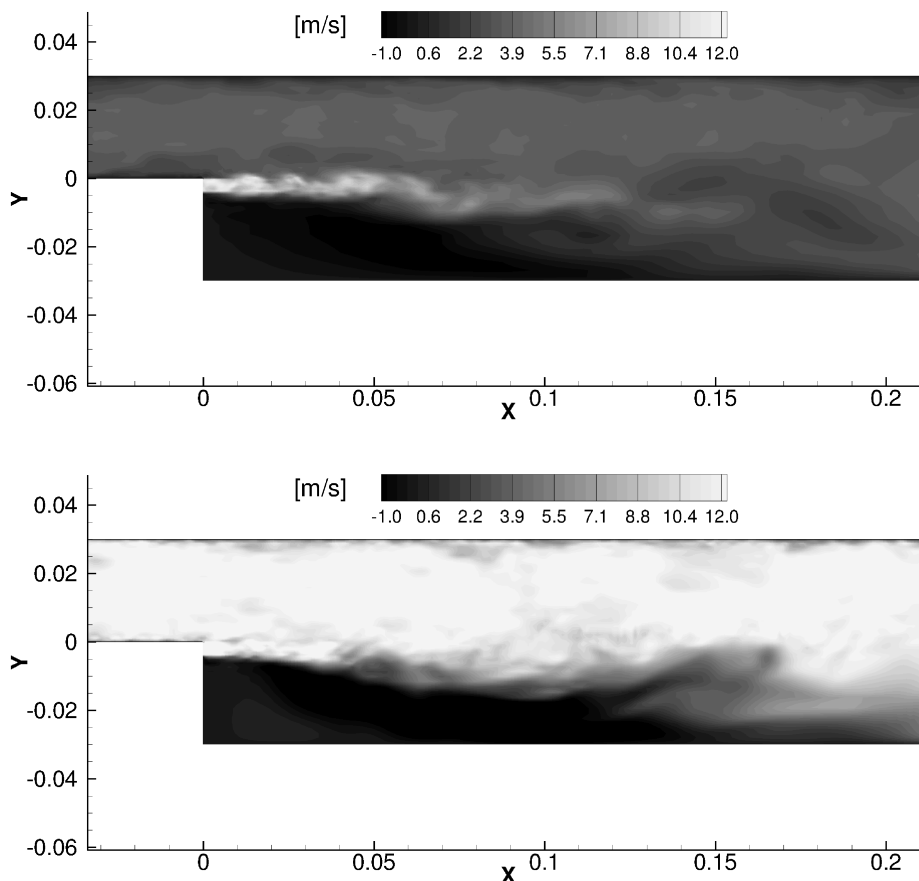


Abbildung 7.31: Qualitativer Vergleich der Strömungsfelder des thermoakustisch stabilen Falls (oben) sowie des thermoakustisch instabilen Falls (unten). Abgebildet ist die momentane Axialgeschwindigkeit. Alle Abmessungen sind in Metern angegeben.

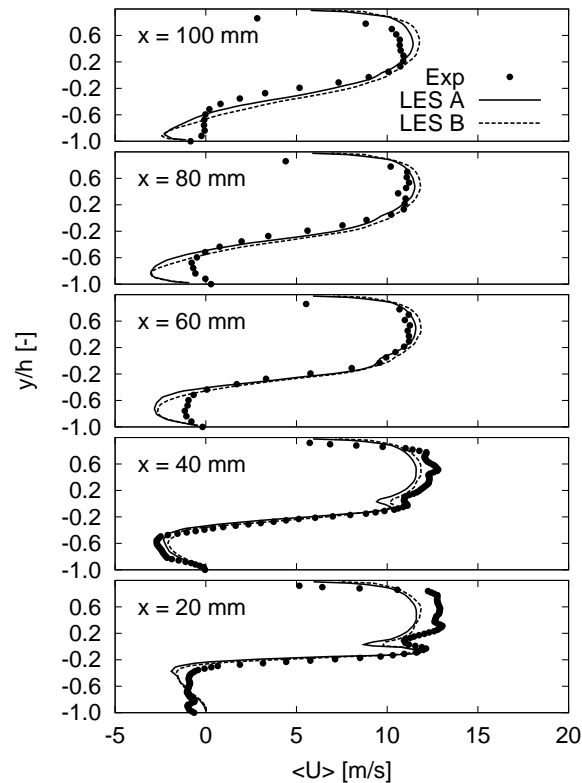


Abbildung 7.32: Statistische Profile der Axialgeschwindigkeit für den thermoakustisch instabilen Fall. Die y -Koordinate ist entdimensioniert mit der Stufenhöhe $h = 0.03$ m. Es werden Berechnungen mit FASTEST auf Gitter A (LES A) und Gitter B (LES B) gezeigt.

Der quantitative Vergleich von Simulation und Experiment erfolgt an den gleichen axialen Höhen, welche auch für den thermoakustisch stabilen Fall verwendet werden und ist in Abbildung 7.32 dargestellt. Es fällt zunächst auf, dass die mittlere Axialgeschwindigkeit bei $x = 20$ mm und $x = 40$ mm in der oberen Kanalhälfte sowohl auf dem Gitter A als auch auf dem Gitter B unterschätzt wird. Dieser Effekt wurde in ähnlicher Weise bereits für den thermoakustisch stabilen Fall festgestellt. Für die verbleibenden axialen Positionen ergibt sich hingegen auf beiden Gittern eine sehr gute Vorhersage der mittleren Axialgeschwindigkeit. Weiterhin kann man beobachten, dass die Axialgeschwindigkeit im Bereich der Rezirkulationszone von den numerischen Berechnungen für $x = 20$ mm und $x = 40$ mm gut vorhergesagt wird. Weiter stromab verschlechtert sich diese Vorhersage, konsistent mit den Berechnungen zum thermoakustisch stabilen Fall wird die Axialgeschwindigkeit hier zu niedrig vorhergesagt. Es kann noch festgestellt werden, dass die Simulationen auf beiden Gittern in sehr guter Übereinstimmung sind.

Aeroakustik

Die Validierung der akustischen Simulationen des thermoakustisch instabilen Falls erfolgt analog zum thermoakustisch stabilen Fall durch Vergleich von Simulation und Experiment

an den fünf definierten axialen Positionen. Es werden Simulationen auf dem Gitter A gezeigt. Anhand eines qualitativen Vergleichs von simulierten Zeitreihen des Schalldruckes für den thermoakustisch stabilen bzw. instabilen Fall kann man bereits ein fundamental unterschiedliches Verhalten erkennen, siehe Abbildung 7.33. Für den thermoakustisch instabilen Fall ist eine deutlich höhere Amplitude zu verzeichnen. Weiterhin kann bereits anhand der Zeitreihe eine stark dominierende Frequenz beobachtet werden. Diese kann anhand der spektralen Auswertung identifiziert werden, welche in Abbildung 7.34 gezeigt wird.

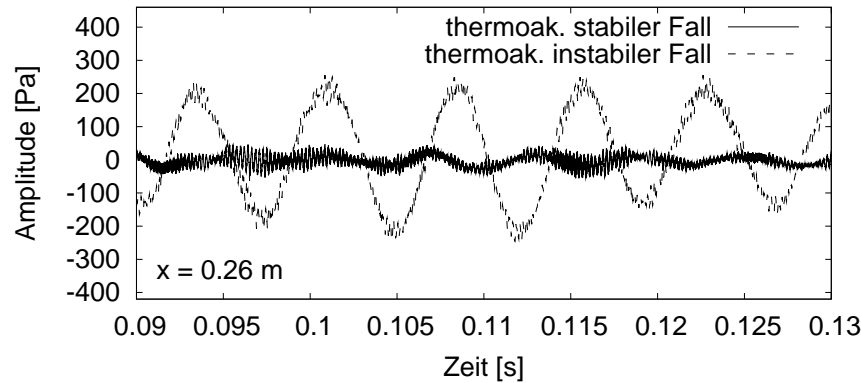


Abbildung 7.33: Vergleich von simulierten Zeitreihen des Schalldruckes bei $x = 0.26$ m für den thermoakustisch stabilen bzw. instabilen Fall. Dargestellt ist der Schalldruck in Pa .

Es ergibt sich ein vergleichbares Niveau der Amplituden des Schalldruckes für alle axialen Positionen mit Ausnahme der letzten Position ($x = 0.96$ m), hier werden deutlich geringere Amplituden beobachtet. Dieses Verhalten wurde bereits für den thermoakustisch stabilen Fall festgestellt. Weiterhin ist zu erkennen, dass konsistent zu den Berechnungen des thermoakustisch stabilen Falls auf Gitter A zu niedrige Amplituden vorhergesagt werden. Die bereits durch die Zeitreihe zu vermutende dominante Frequenz ist in der spektralen Darstellung deutlich zu erkennen und ist in hervorragender Übereinstimmung mit der experimentell bestimmten Frequenz. Die exakten Werte betragen $f = 126$ Hz anhand der experimentellen Ergebnisse, bzw. $f = 131$ Hz anhand der simulierten Spektren. Die wesentliche Erkenntnis aus diesen Berechnungen zum thermoakustisch instabilen Fall besteht darin, dass es offensichtlich möglich ist, bereits mit einer Ein-Weg-Kopplung aus Grobstruktursimulation und Aeroakustik das Auftreten einer thermoakustischen Instabilität in gewissem Umfang vorherzusagen. Dieses zunächst etwas überraschende Ergebnis soll im Folgenden begründet werden. Wie in Abschnitt 7.3.1 beschrieben, bestimmt die Wirbelablösefrequenz an der zurückspringenden Kante die dominanten Frequenzen in der Strömung und damit auch im thermoakustischen Quellterm. Demzufolge ist es möglich, dass die akustische Druckschwankung und der thermoakustische Quellterm in Phase schwingen, wenn sich eine Wirbelablösefrequenz einstellt, die mit einer akustischen Eigenfrequenz des Systems korrespondiert. Diese Situation geht mit einem erfüllten Rayleigh-Kriterium (vgl. Abschnitt 4.4) einher. Es ist nun wünschenswert, zu analysieren, ob diese Situation für den thermoakustisch instabilen Betriebspunkt zutrifft.

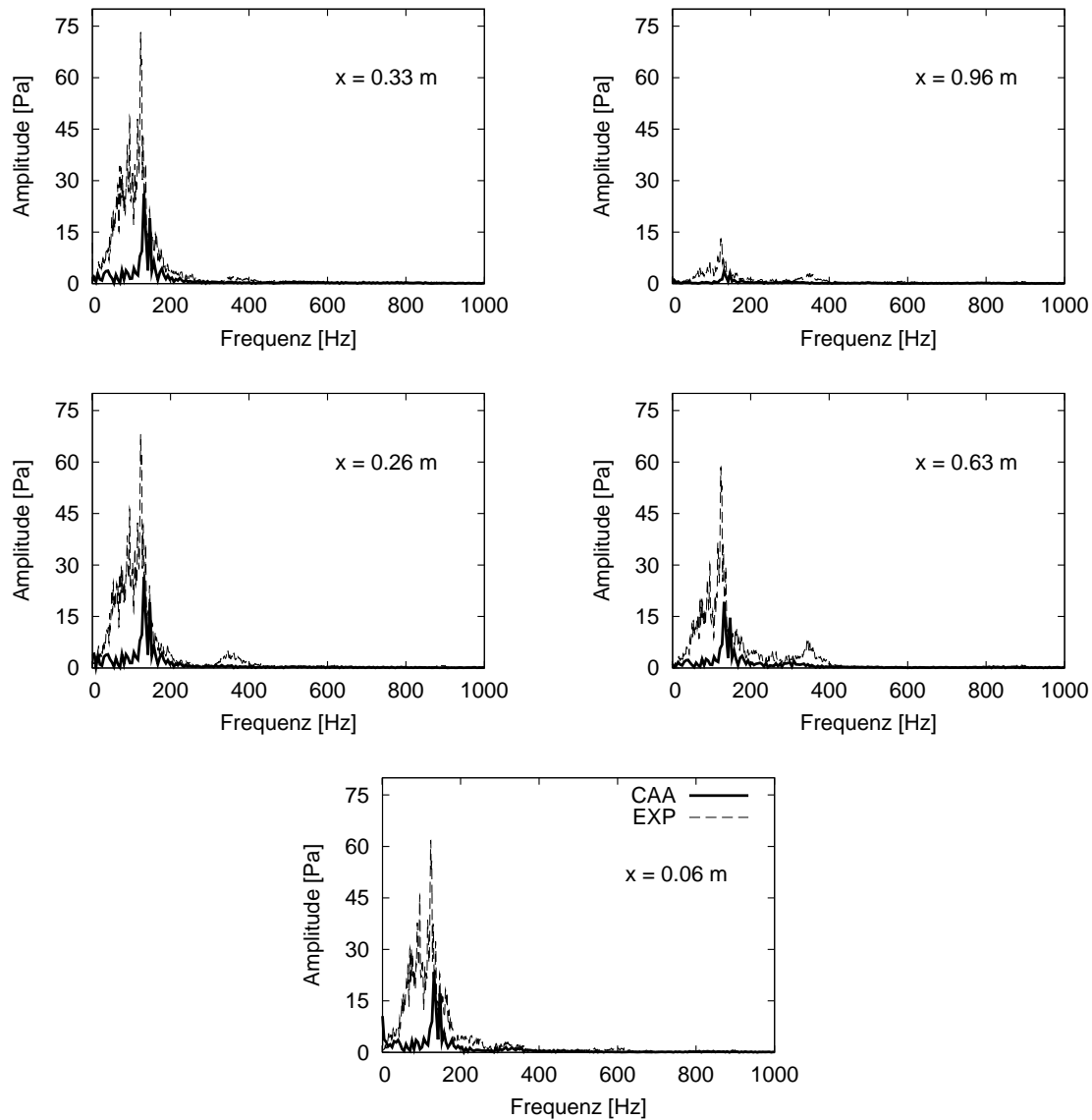


Abbildung 7.34: Vergleich von experimentell bestimmten Spektren mit numerischen Berechnungen für den thermoakustisch instabilen Fall. Dargestellt ist die Amplitude des Schalldruckes über der Frequenz. Es werden Berechnungen mit PIANO auf Gitter A gezeigt.

Es besteht in diesem Kontext die Möglichkeit, die turbulente Strömung mittels eines Energiedichtespektrums auf mögliche dominante Frequenzen zu untersuchen. Dazu wird an einer definierten Position im Strömungsfeld nach der zurückspringenden Kante bei $x = 0.05$ m eine Zeitreihe der Axialgeschwindigkeit aufgenommen und anschließend eine zeitliche Korrelationsfunktion berechnet und in den Wellenzahlraum transformiert. Das resultierende Spektrum ist in Abbildung 7.35 dargestellt. Es ist in Ansätzen eine kohärente Struktur bei $f \approx 130$ Hz zu erkennen. Dieser Wert liegt wiederum in unmittelbarer

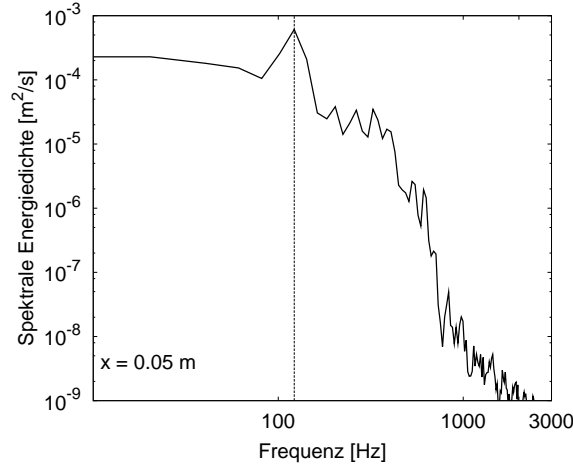


Abbildung 7.35: Energiedichtespektrum der Axialgeschwindigkeit in einem Punkt nach der zurückspringenden Kante ($x = 0.05 \text{ m}$). Es ist eine kohärente Struktur bei $f \approx 130 \text{ Hz}$ zu erkennen.

Nähe der Frequenz, welche für den thermoakustisch instabilen Fall als Frequenz der instabilen Mode festgestellt wurde ($f \approx 125 \text{ Hz}$). Da diese Frequenz mit einer akustischen Eigenfrequenz der Konfiguration korrespondiert, ist es plausibel, eine thermoakustische Instabilität in Ansätzen durch eine Ein-Weg-Kopplung von Grobstruktursimulation und Aeroakustik beschreiben zu können.

Rückkopplung der Akustik

In Abschnitt 5.3.3 wurden Möglichkeiten der Modellierung der Rückkopplung der Akustik auf die Strömung präsentiert. Im Folgenden soll zunächst der Einfluss von zeitlich schwankenden Eintrittsbedingungen gezeigt werden. In Anlehnung an [ANGELBERGER et al. 2000] wird dabei der in das System eintretende Luftmassenstrom zeitlich moduliert. Als Anregungsfrequenz wird dabei die aus Simulation und Experiment bereits bekannte Frequenz der instabilen Mode vorgegeben ($f = 125 \text{ Hz}$). Die Modulation erfolgt derart, dass der konstanten Eintrittsgeschwindigkeit $u_{\text{Luft}} = 11 \text{ m/s}$ ein sinusförmiges Signal mit einer Amplitude von 20% der Eintrittsgeschwindigkeit überlagert wird. Der Einfluss dieser akustischen Zwangsanregung ist in Abbildung 7.36 dargestellt. Die Amplitude des Schalldruckes erhöht sich für den akustisch angeregten Fall deutlich. Im Kontext einer inkompressiblen Beschreibungsweise ist dieses Verhalten nicht sonderlich überraschend, da sich eine globale Massenstromschwankung unmittelbar im Rechengebiet ausbreitet und somit auf alle zu berechnenden Größen einen direkten Einfluss nimmt. Aus dem dargestellten Verhalten des Schalldruckes kann trotz dieser Einschränkung abgeleitet werden, dass der Einfluss der Akustik auf die Eintrittsbedingungen im Fall einer thermoakustischen Instabilität nicht zu vernachlässigen ist. Es werden daher noch weitergehende Analysen zur Modulation der Eintrittsbedingungen durchgeführt, diese werden im Folgenden dargestellt.

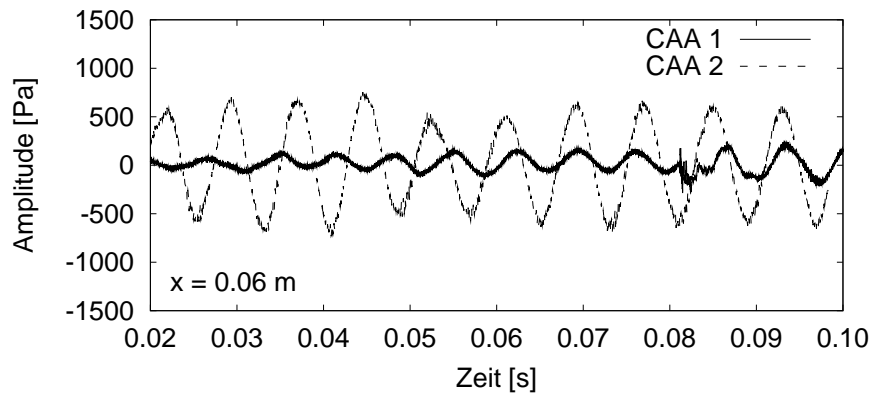


Abbildung 7.36: Vergleich von Zeitreihen des Schalldruckes für den Fall einer zeitlich konstanten Eintrittsgeschwindigkeit des Luftvolumenstroms (CAA 1) sowie für den Fall einer sinusförmig modulierten Eintrittsgeschwindigkeit des Luftvolumenstroms (CAA 2) mit einer Amplitude von 20% bezogen auf den mittleren Luftvolumenstrom.

Wie in Abschnitt 5.3.3 erläutert, wird eine Rückkopplung der akustischen Lösung erreicht, indem der Eintrittsgeschwindigkeit des Luftvolumenstroms die Schallschnelle überlagert wird. Für den vorliegenden Fall wurde als Modulationsgröße die Schallschnelle am Ort des Querschnittssprunges zwischen Plenum und Kanalabschnitt A verwendet, da direkt am Eintritt in das System die akustische Lösung durch die verwendete Sponge-Layer-Randbedingung beeinflusst wird (vgl. Abbildung 7.23). Im Folgenden werden Berechnungen zum thermoakustisch instabilen Fall unter Verwendung einer solchen Zwei-Wege-Kopplung den bereits vorgestellten Berechnungen, welche auf einer Ein-Weg-Kopplung basieren, anhand eines spektralen Vergleiches an einer ausgewählten axialen Position gegenübergestellt, siehe Abbildung 7.37.

Der Einfluss der Rückkopplung der Schallschnelle ist deutlich zu identifizieren. Die Amplitude des Schalldruckes bei der bereits bekannten Resonanzfrequenz ist deutlich höher für den Fall der Zwei-Wege-Kopplung und erreicht annähernd das Niveau der experimentellen Ergebnisse. Weiterhin bildet sich in dieser Simulation noch ein Bereich mit höheren Amplituden bei $f \approx 50$ Hz aus, diese Tendenz lässt sich auch aus den experimentellen Untersuchungen ableiten.

Aus den Ergebnissen der LES/CAA-Simulation mit Rückkopplung der Schallschnelle wird ersichtlich, dass akustisch bedingte Massenstromschwankungen im Fall einer thermoakustischen Instabilität von großer Bedeutung sind. Nachteilig wirkt sich bei Verwendung eines inkompressiblen Löses die nicht zu beschreibende Zeit zur Ausbreitung der Massenstromschwankung im System aus. Im Rahmen von zukünftigen Arbeiten könnten hier detailliertere Modellierungstechniken angewendet werden. Die Ausbreitung der Störung könnte mit Hilfe des akustischen Löses selbst beschrieben werden und über modellierte Terme Eingang in die Impulsgleichung finden.

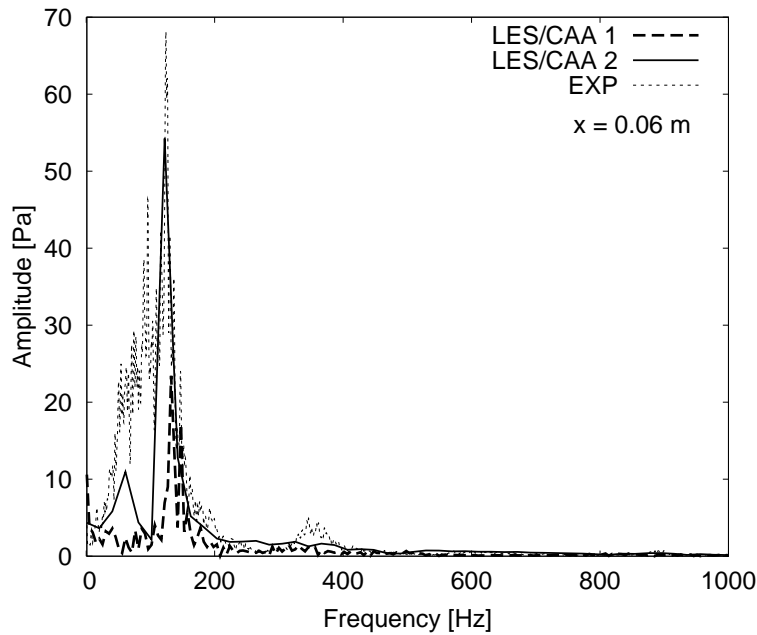


Abbildung 7.37: Spektraler Vergleich von gekoppelten Simulationen für den thermoakustisch instabilen Fall. Dargestellt ist eine Berechnung mittels einer Ein-Weg-LES/CAA-Kopplung (LES/CAA 1) sowie eine Berechnung mittels einer Zwei-Wege-LES/CAA-Kopplung durch Rückkopplung der Schallschnelle (LES/CAA 2).

In Abschnitt 5.3.3 wurde eine weitere in dieser Arbeit verwendete Strategie zur Rückkopplung von akustischen Größen in den Strömungslöser vorgestellt. Dabei wird der lokale Gradient des Schalldruckes als ein modellierter Interaktionsterm in die Impulsgleichungen eingebracht. Es wird somit wiederum eine Zwei-Wege-LES/CAA-Kopplung realisiert. Auch mit diesem Verfahren wurde eine Berechnung zum thermoakustisch instabilen Fall durchgeführt. Es ergibt sich dabei eine interessante zeitliche Entwicklung des Schalldruckes, welche anhand einer Zeitreihe an der ersten axialen Messposition (siehe Abbildung 7.38) anschaulich dargestellt werden kann. Es kann eindeutig ein Aufschwingen der Amplitude des Schalldruckes über den zeitlichen Fortschritt der Simulation beobachtet werden. Die dargestellte Zeitreihe repräsentiert dabei einen Ausschnitt aus der insgesamt berechneten physikalischen Zeit, im weiteren Verlauf der Berechnung wachsen die Amplituden des Schalldruckes weiter an. Dies führt in letzter Konsequenz zu einem Abbruch der Berechnung aufgrund von unphysikalisch hohen Schalldrücken.

Aus diesen Beobachtungen ergibt sich als wesentliche Schlussfolgerung, dass der Mechanismus des selbsterregten Anwachsens der Amplituden des Schalldruckes und damit die Ausbildung einer thermoakustischen Instabilität durch die Rückkopplung des Schalldruckes in den Strömungslöser beschrieben werden kann. Da die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte LES/CAA-Methodik auf der Lösung linearisierter Gleichungen beruht, ist der Bereich der Sättigung mit zeitlich konstanter Amplitude (auch bezeichnet als *limit cycle*) nicht geeignet zu erfassen, da hier auch nichtlineare Effekte von Bedeutung sind. Eine Beschrei-

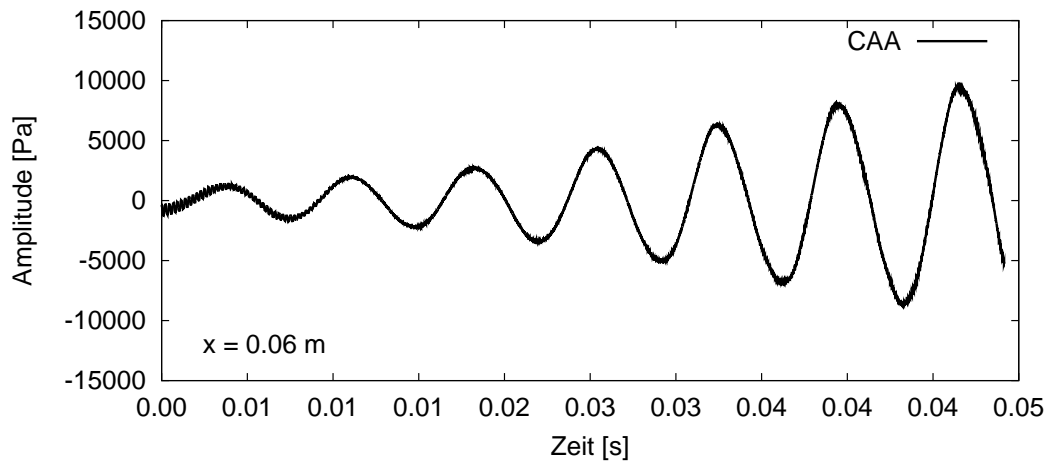


Abbildung 7.38: Zeitreihe des Schalldruckes an einer ausgewählten Position für den Fall einer Zwei-Wege-LES/CAA-Kopplung durch Rückkopplung des Schalldruckes in den Strömungslöser.

bung dieses physikalischen Zustandes könnte durch zusätzliche modellierte Terme in den linearisierten Euler-Gleichungen bzw. Impulsgleichungen erreicht werden.

7.3.6 Bewertung

Wie bereits bei der Berechnung des thermoakustisch stabilen Betriebspunktes der generischen Brennkammer ist die Vorhersagefähigkeit der Grobstruktursimulation aufgrund der nicht exakt bekannten eintretenden Massenströme sowie der Abhebehöhe der Flamme eingeschränkt. Es wird dennoch eine befriedigende bis gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten erreicht.

Konsistent zu den Beobachtungen zum thermoakustisch stabilen Fall ergibt sich auch für den thermoakustisch instabilen Fall im Rahmen einer Ein-Weg-LES/CAA-Kopplung eine gute Übereinstimmung bezüglich des Frequenzgehalts der akustischen Lösung im Vergleich zum Experiment, während die Amplituden zu niedrig vorhergesagt werden. Für den Fall der Rückkopplung der Schallschnelle ergibt sich eine deutlich erhöhte Amplitude für die akustischen Simulationen, es wird sogar annähernd die Amplitude der experimentell bestimmten Spektren erreicht. Weiterhin wird auch der Frequenzbereich unterhalb der dominanten Resonanzfrequenz etwas besser vorhergesagt.

Für den Fall der Rückkopplung des akustischen Druckgradienten in den Strömungslöser wird im Gegensatz zur Rückkopplung der Schallschnelle ein kontinuierliches Anwachsen der zeitlichen Amplitude des Schalldruckes beobachtet, daher kann für diesen Fall keine geeignete spektrale Untersuchung durchgeführt werden. Es kann jedoch festgestellt werden, dass die Schwingungsfrequenz konsistent mit den zuvor präsentierten Simulationen sehr gut mit der Frequenz der thermoakustischen Instabilität übereinstimmt.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden numerische Methoden zur detaillierten Beschreibung von Verbrennungslärm und thermoakustischen Instabilitäten entwickelt. Die Verfahren beruhen auf der Beschreibung der reagierenden Strömung durch eine inkompressible Grobstruktursimulation unter Verwendung geeigneter Verbrennungsmodelle. Solche inkompressiblen Ansätze sind für niedrige Machzahlen vorteilhaft. Um zusätzlich die Beschreibung des durch die Verbrennung induzierten akustischen Feldes zu ermöglichen, werden aus der Grobstruktursimulation geeignete thermoakustische Quellterme sowie Fluideigenschaften wie die lokale Schallgeschwindigkeit extrahiert. Durch die Verfügbarkeit dieser Größen ist es möglich, die Schallausbreitung mit effizienten, expliziten Verfahren zu beschreiben. Die Basis bilden dabei linearisierte Euler-Gleichungen.

Es können zwei wesentliche Entwicklungsstufen in dieser Arbeit voneinander abgegrenzt werden. Der erste Schritt bestand in der Kopplung des Strömungslösers FLOWSI mit dem Akustiklöser CLAWPACK. Hier wurde von einer bereits vorhandenen LES/CAA-Schnittstelle ausgegangen. Die durchgeführten Modifikationen umfassten die Implementierung der beschreibenden Gleichungen auf Basis eines Zylinderkoordinatensystems in das Programm CLAWPACK, um eine konsistente Beschreibungsweise mit dem ebenfalls auf Zylinderkoordinaten basierenden Simulationswerkzeug FLOWSI zu erhalten. Weiterhin wurde von einer vorhandenen Beschreibung auf Basis einer Wellengleichung zu einer detaillierteren Beschreibungsweise durch linearisierte Euler-Gleichungen übergegangen. Die neu geschaffene Möglichkeit der Verwendung unterschiedlich großer Rechengebiete trägt den unterschiedlichen Skalen von Strömung und Akustik Rechnung. Da beide Programme aufgrund der Ein-Block-Gitterstruktur nur bedingt für komplexe Geometrien eingesetzt werden können, eignet sich dieses erste entwickelte hybride LES/CAA-Gesamtwerkzeug vorrangig für grundlegende Modellentwicklungen anhand einfacher Konfigurationen. Vorteilhaft wirkt sich hierbei die hohe Geschwindigkeit des direkten Gleichungslösers aus, welcher in FLOWSI verwendet wird.

Die zweite Entwicklungsstufe umfasste die Kopplung des Simulationsprogrammes FASTEST mit dem aeroakustischen Simulationswerkzeug PIANO. In diesem Kontext wurde eine LES/CAA-Schnittstelle entwickelt und das Programm PIANO modular in den Strömungslöser implementiert. Die Schnittstelle ist dabei flexibel ausgelegt, um auch alternative Strömungslöser simultan mit PIANO einsetzen zu können. Diese Flexibilität konnte bereits im Rahmen der vorliegenden Arbeit ausgenutzt werden. Ausgehend von der neu entwickelten Schnittstelle wurde eine Kopplung mit dem Berechnungsprogramm PRECISE-unstructured realisiert, welches von Rolls-Royce Deutschland verwendet wird.

Somit findet die vorgeschlagene LES/CAA-Methodik bereits Verwendung im industriellen Umfeld.

Die Vorhersagefähigkeiten der entwickelten Löser wurden anhand verschiedener Konfigurationen untersucht. Den aus einer physikalischer Sichtweise höchsten Komplexitätsgrad weist dabei der untersuchte thermoakustisch instabile Betriebspunkt der generischen Brennkammer auf. Es konnte gezeigt werden, dass bereits mit einer Ein-Weg-LES/CAA-Kopplung vielversprechende Vorhersagen der sich einstellenden thermoakustisch instabilen Mode erreicht werden. Im Kontext einer verbesserten Vorhersage des Phänomens der thermoakustischen Instabilität wurden erste theoretische Ansätze einer Rückkopplung der Akustik in den Strömungslöser implementiert und somit eine Zwei-Wege-LES/CAA-Kopplung realisiert, auch hier konnten vielversprechende Ergebnisse erzielt werden.

Ausblick

Im Hinblick auf zukünftige Arbeiten ist eine detailliertere mathematische Modellierung der Rückkopplung der Akustik wünschenswert. Von besonderem Interesse wäre weiterhin eine Anwendung der vorgeschlagenen LES/CAA-Methodik auf vorgemischte Verbrennungssysteme. Insbesondere die Beschreibung von akustisch induzierten Äquivalenzverhältnisschwankungen, welche im Rahmen von vorgemischten Verbrennungssystemen von Bedeutung sind, könnte mit der in dieser Arbeit vorgeschlagenen Technik der Modulation von Eintrittsbedingungen beschrieben werden. Vorteilhaft wirkt sich hierbei aus, dass die Äquivalenzverhältnisschwankung konvektiv transportiert wird, dieser konvektive Transport ist mit einem inkompressiblen Ansatz geeignet zu beschreiben. Weiterhin könnten die entwickelten LES/CAA-Methodiken im Rahmen einer integralen Simulation des Gesamtsystems Gasturbine als Teilmodell für den Bereich niedriger Machzahlen in der Brennkammer verwendet werden.

Literaturverzeichnis

- [ANGELBERGER et al. 2000] ANGELBERGER, C., D. VEYNANTE und F. EGOLFOPOULOS (2000). *LES of Chemical and Acoustic Forcing of a Premixed Dump Combustor*. Flow, Turb. Combust., 65:205–222.
- [ARRHENIUS 1889] ARRHENIUS, S. (1889). *Über die Reaktionsgeschwindigkeit bei der Inversion von Rohrzucker durch Säuren*. Z. Phys. Chem., 4:226.
- [BARLOW 1996-2010] BARLOW, R., Hrsg. (1996-2010). *Proceedings of the TNF Workshops*, Livermore, CA. Sandia National Laboratories. www.ca.sandia.gov/TNF.
- [BELL und ZINN 1973] BELL, W.A. und B. ZINN (1973). *The Prediction of Three-dimensional Liquid-propellant Nozzle Admittances*. NASA CR 1211299.
- [BERGMANN et al. 1998] BERGMANN, V., W. MEIER, D. WOLFF und W. STRICKER (1998). *Application of spontaneous Raman and Rayleigh scattering and 2D LIF for the characterization of a turbulent CH₄/H₂/N₂ jet diffusion flame*. Appl. Phys. A, 66(4):489–502.
- [BRAGG 1963] BRAGG, S. L. (1963). *Combustion Noise*. J. Inst. Fuel, 36:12–16.
- [BRANLEY und JONES 2001] BRANLEY, N. und W. P. JONES (2001). *Large Eddy Simulation of a Turbulent Non-premixed Flame*. Combust. Flame, 127:1914–1934.
- [BRICK et al. 2004] BRICK, H., R. PISCOYA, M. OCHMANN und P. KÖLTZSCH (2004). *Modelling of Combustion Noise with the Boundary Element Method and Equivalent Source Method*. In: *33rd Int. Congress and Exposition on Noise Control: Inter Noise 2004*. Prag, Tschechische Republik.
- [BUI 2008] BUI, P. T. (2008). *Theoretical and Numerical Analysis of Broadband Combustion Noise*. Dissertation, RWTH Aachen.
- [BUI et al. 2007a] BUI, T. P., M. IHME, M. MEINKE, W. SCHRÖDER und H. PITSCH (2007a). *Numerical Investigation of Combustion Noise and Sound Source Mechanisms in a Non-premixed Flame using LES and APE-RF*. In: *13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Rome, Italy. AIAA-2007-3406.
- [BUI et al. 2007b] BUI, T. PH., W. SCHRÖDER und M. MEINKE (2007b). *Acoustic perturbation equations for reacting flows to compute combustion noise*. Int. Journal of Aeroacoustics, 6:335–355.
- [BUI et al. 2008] BUI, T. PH., W. SCHRÖDER und M. MEINKE (2008). *Numerical Analysis of the Acoustic Field of Reacting Flows via Acoustic Perturbation Equations*. Computers and Fluids, 37:1157–1169.
- [CALHOUN et al. 2007] CALHOUN, D., C. HELZEL und R. LEVEQUE (2007). *Logically Rectangular Grids and Finite Volume Methods for PDEs in Circular and Spherical Domains*. SIAM J. Numer. Anal., 50(4):723–752.
- [CHAKRAVARTHY et al. 2007] CHAKRAVARTHY, S. A., O. J. SHREENIVASAN, B. BÖHM, A. DREIZLER und J. JANICKA (2007). *Experimental characterization of onset of acoustic instability in a nonpremixed half-dump combustor*. J. Acoust. Soc. Am., 74:120–127.
- [CHAKRAVARTHY 2010] CHAKRAVARTHY, S.A. (2010). *Private Communications*.
- [CHEM1D 2010] CHEM1D (2010). *Chem1D: A one-dimensional detailed chemistry code*. <http://www.combustion.tue.nl/chem1d>.
- [CHORIN 1968] CHORIN, A.J. (1968). *Numerical Solution of The Navier-Stokes Equations*. Math. Comp., 22:745–762.

- [COHEN und ANDERSON 1996] COHEN, J.M. und T. ANDERSON (1996). *Experimental Investigation of Near-blowout Instabilities in a Lean, Premixed Step Combustor*. In: *34th AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit*. Reno, NV, USA.
- [COOK und RILEY 1994] COOK, A.W. und J. RILEY (1994). *A Subgrid-Scale Model for Equilibrium Chemistry in Turbulent Flows..* Phys. Fluids, 6:2868–2870.
- [COOK und RILEY 1998] COOK, A.W. und J. RILEY (1998). *Subgrid-Scale Modelling for Turbulent Reacting Flows*. Combust. Flame, 112:593–606.
- [CRIGHTON et al. 1992] CRIGHTON, D. G., A. DOWLING, J. FLOWCS WILLIAMS, M. HECKL und F. LEPPINGTON (1992). *Modern Methods in Analytical Acoustics*. Springer Verlag.
- [CROCCO 1965] CROCCO, L. (1965). *Research on Combustion Instabilities in Liquid Propellant Rocket Motors*. Proc. Combust. Inst., S. 1101–1128.
- [CROCCO und CHENG 1956] CROCCO, L. und S. CHENG (1956). *Theory of Combustion Instability in Liquid Propellant Rocket Motors*. AGARD Monograph, 8.
- [DALLY und MASRI 1996] DALLY, B.B. und A. MASRI (1996). *Turbulent Nonpremixed Flames Stabilised on a Bluff Body Burner*. In: *International Workshop on Measurement and Computation of Turbulent Non-premixed Flames*. Neapel, Italy.
- [DELFS et al. 2008] DELFS, J., M. BAUER, R. EWERT, O. KORNOW, H. GROGGER, M. LUMMER und T. LAUKE (2008). *Numerical Simulation of Aerodynamic Noise with DLR's aerocoustic code Piano-Piano manual 5.3*.
- [DI MARE et al. 2004] DI MARE, F., W. JONES und K. MENZIES (2004). *Large Eddy Simulation of a Model Gas Turbine Combustor*. Combust. Flame, 137:278–294.
- [DOMINGO et al. 2008] DOMINGO, P., L. VERVERSCH und D. VEYNANTE (2008). *Large Eddy Simulation of a Lifted Methane Jet Flame in a Vitiated Coflow*. Combust. Flame, 143:566–586.
- [DUWIG et al. 2005] DUWIG, C., B. GHERMAN, M. MIHAESCU, M. SALEWSKI und L. FUCHS (2005). *Numerical Study on Thermo-Acoustic Waves Generation by a Swirling Flame Using a New Approach based on Large-Eddy Simulation*. In: *ASME Turbo Expo 2005*, Reno, NV, USA. GT2005-68136.
- [EHRENFRIED 2004] EHRENFRIED, K. (2004). *Strömungsakustik, Skript zur Vorlesung*. Mensch und Buch Verlag.
- [EWERT und SCHRÖDER 2003] EWERT, R. und W. SCHRÖDER (2003). *Acoustic Perturbation Equations Based on Flow Decomposition via Source Filtering*. J. Comput. Physics, 188:365–398.
- [FERZIGER und PERIC 2008] FERZIGER, J. H. und M. PERIC (2008). *Numerische Strömungsmechanik*. Springer Verlag.
- [FFOWCS WILLIAMS und HAWKINGS 1969] FLOWCS WILLIAMS, J.E. und D. HAWKINGS (1969). *Sound Generated by Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion*. Philosophical Transactions of the Royal Society, A264:321–342.
- [FLEMMING 2007] FLEMMING, F. (2007). *On the Simulation of Noise Emissions by Turbulent Non-Premixed Flames*. Dissertation, TU Darmstadt.
- [FLEMMING et al. 2007] FLEMMING, F., A. SADIKI und J. JANICKA (2007). *Investigation of Combustion Noise Using a LES/CAA Hybrid Approach*. Proc. Combust. Inst., 31:3189–3196.
- [FOGARTY und LEVEQUE 1999] FOGARTY, T. R. und R. J. LEVEQUE (1999). *High-resolution finite-volume methods for acoustic waves in periodic and random media*. J. Acoust. Soc. Am., 106(1):17–28.
- [FORKEL 1999] FORKEL, H. (1999). *Über die Grobstruktursimulation turbulenter Wasserstoff-Diffusionsflammen*. Dissertation, TU Darmstadt.
- [FORKEL und JANICKA 2000] FORKEL, H. und J. JANICKA (2000). *Large Eddy Simulation of a Turbulent Hydrogen Diffusion Flame*. Flow, Turb. Combust., 65:163–175.

- [FREITAG 2007] FREITAG, M. (2007). *On The Simulation of Premixed Combustion Taking Into Account Variable Mixtures*. Dissertation, TU Darmstadt.
- [FREITAG und KLEIN 2005] FREITAG, M. und M. KLEIN (2005). *Direct Numerical Simulation of a Recirculating, Swirling Flow*. Flow, Turb. Combust., 75:51–66.
- [GERMANO et al. 1991] GERMANO, M., U. PIOMELLI, P. MOIN und W. H. CABOT (1991). *A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model*. Phys. Fluids A, 3(7):1760–1765.
- [GICQUEL et al. 2000] GICQUEL, O., N. DARABIHA und D. THÉVENIN (2000). *Laminar Premixed Hydrogen/Air Counterflow Flame Simulations using Flame Prolongation of ILDM*. Proc. Combust. Inst., 28:1901–1908.
- [GODUNOV 1959] GODUNOV, S.K. (1959). *A Difference Method for Numerical Calculation of Discontinuous Solutions of the Equations of Hydrodynamics*. Mat. Sb., 47:271–306.
- [HAHN 2009] HAHN, F. (2009). *Zur Vorhersage technischer Verbrennungssysteme im Hinblick auf flüssige Brennstoffe*. Dissertation, TU Darmstadt.
- [HAHN et al. 2008] HAHN, F., C. OLBRICHT und J. JANICKA (2008). *Study of Two Swirl Stabilized GT Combustor Devices*. In: *Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements 7*. Limassol, Zypern.
- [HARRIS 1978] HARRIS, F. J. (1978). *On the use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform*. Proceedings of the IEEE, 66(1):51–83.
- [HU et al. 1996] HU, F. Q., M. Y. HUSSAINI und J. L. MANTHEY (1996). *Low-Dissipation and Low-Dispersion Runge-Kutta Schemes for Computational Acoustics*. J. Comput. Physics, 124:177–191.
- [IEA 2010] IEA (2010). http://www.iea.org/textbase/nppdf/free/2010/key_stats_2010.pdf.
- [IHME et al. 2006] IHME, M., D. J. BODONY und H. PITSCH (2006). *Prediction of Combustion-generated Noise in Non-premixed Turbulent Jet Flames using Large Eddy Simulation*. In: *12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Cambridge, MA, USA. AIAA-2006-2614.
- [IHME et al. 2007] IHME, M., H. PITSCH und M. KALTENBACHER (2007). *Prediction of Combustion-generated Noise in Non-premixed Turbulent Jet Flames using Large Eddy Simulation*. In: *5th US Combustion Meeting*, San Diego, CA, USA.
- [JANICKA und KOLLMANN 1978] JANICKA, J. und W. KOLLMANN (1978). *A Two-Variables Formalism for the Treatment of Chemical Reactions in turbulent Hydrogen-Air Diffusion Flames*. Proc. Combust. Inst., 17:421–430.
- [JANICKA und SADIKI 2005] JANICKA, J. und A. SADIKI (2005). *Large eddy simulation of turbulent combustion systems*. Proc. Combust. Inst., 30:537–547.
- [JONES und LAUNDER 1972] JONES, W.P. und B. LAUNDER (1972). *The prediction of laminarization with a two equation model of turbulence*. Phys. Fluids, 15:301–314.
- [KARNI 1996] KARNI, S. (1996). *Far-Field Filtering Operators For Suppression of Reflections From Artificial Boundaries*. SIAM J. Numer. Anal., 33(3):1014–1047.
- [KEMPF 2003] KEMPF, A. (2003). *Large-Eddy Simulation of Non-Premixed Turbulent Flames*. Dissertation, TU Darmstadt.
- [KEMPF et al. 2005] KEMPF, A., F. FLEMMING und J. JANICKA (2005). *Investigation of Lengthscales, Scalar Dissipation, and Flame Orientation in a piloted diffusion flame by LES*. Proc. Combust. Inst., 30:557–565.
- [KEMPF et al. 2006] KEMPF, A., R. LINDSTEDT und J. JANICKA (2006). *Large Eddy Simulation of a Bluff-Body Stabilized Non-premixed Flame*. Proc. Combust. Inst., 144:170–189.
- [KEMPF et al. 2001] KEMPF, A., C. SCHNEIDER, A. SADIKI und J. JANICKA (2001). *Large Eddy Simulation of a Highly Turbulent Methane Flame: Application to the DLR Standard Flame*. In: *Turb. Shear Flow Phenomena 2*. Stockholm, Schweden.

- [KETELHEUN et al. 2009] KETELHEUN, A., C. OLBRICHT, F. HAHN und J. JANICKA (2009). *Premixed Generated Manifolds Aiming On The Computation of gas Turbine Combustion*. In: *ASME Turbo Expo*. GT2009-59940, Orlando, FL, USA.
- [KLEIN et al. 2003] KLEIN, M., A. SADIKI und J. JANICKA (2003). *A digital filter based generation of inflow data for spatially developing direct numerical or large eddy simulations*. J. Comput. Physics, 186:652–665.
- [KLEIN und KOK 1999] KLEIN, S. A. und J. B. W. KOK (1999). *Sound Generation by Turbulent Non-premixed Flames*. Combust. Sci. Tech., 149:267–295.
- [KLEWER et al. 2008] KLEWER, C., F. HAHN, C. OLBRICHT und J. JANICKA (2008). *Hybrid LES/CAA Simulation of a Turbulent Non-premixed Jet Flame*. In: *Direct and Large Eddy Simulation 7*. Trieste, Italy.
- [KLEWER et al. 2010] KLEWER, C., O. KORNOW, J. KÜHNE und J. JANICKA (2010). *Simulation of Combustion Induced Noise Using LES and Computational Aeroacoustics*. In: *ASME Turbo Expo*. GT2010-22836, Glasgow, UK.
- [KOLMOGOROV 1941] KOLMOGOROV, A. N. (1941). *Local Structure of Turbulence in an Incompressible Viscous Fluid at Very High Reynolds Numbers*. Dokl. Akad. Nauk SSSR, 30:299–303.
- [KOTAKE 1975] KOTAKE, S. (1975). *On combustion noise related to chemical reactions*. J. Sound Vibration, 42(3):399–410.
- [KÜHNE et al. 2007] KÜHNE, J., C. OLBRICHT, A. SADIKI, J. JANICKA und J.-Y. CHEN (2007). *Hybrid LES Monte-Carlo PDF Modeling of Turbulent Piloted Jet Flames*. In: *Turb. Shear Flow Phenomena 5*, München, Deutschland.
- [KURZE 1968] KURZE, U. (1968). *Schallabstrahlung an der Austrittsöffnung von Kanälen*. Acustica, 20:253–263.
- [LANDENFELD et al. 2002] LANDENFELD, T., A. SADIKI und J. JANICKA (2002). *A Turbulence-Chemistry Interaction Based on a Multivariate Presumed beta-PDF Method for Turbulent Flames*. Flow, Turb. Combust., 68:111–135.
- [LAVERDANT und THÉVENIN 2003] LAVERDANT, A. und D. THÉVENIN (2003). *Interaction of a Gaussian acoustic wave with a turbulent premixed flame*. Combust. Flame, 134(1–2):11–19.
- [LEHNHÄUSER und SCHÄFER 2002] LEHNHÄUSER, T. und M. SCHÄFER (2002). *Improved linear interpolation practice for finite-volume schemes on complex grids*. Int. J. Numer. Meth. Fluids, 38:625–645.
- [LEITH 1990] LEITH, C.E. (1990). *Stochastic Backscatter in a Subgrid-Scale Model: Plane Shear Mixing Layer*. Phys. Fluids A, 2:297–299.
- [LELE 1997] LELE, S. K. (1997). *Computational Aeroacoustics: A Review*. In: *35th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, Reno, NV, USA. AIAA Paper No. 1997–0018.
- [LEVEQUE 1997] LEVEQUE, R. J. (1997). *Wave Propagation Algorithms for Multidimensional Hyperbolic Systems*. J. Comput. Physics, 131:327–353.
- [LEVEQUE 2002] LEVEQUE, R. J. (2002). *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*. Cambridge University Press.
- [LIEUWEN und ZINN 1998] LIEUWEN, T. und B. T. ZINN (1998). *The role of equivalence ratio oscillations in driving combustion instabilities in low NO_x gas turbines*. Proc. Combust. Inst., 27:1809–1816.
- [LIGHTHILL 1952] LIGHTHILL, M. J. (1952). *On sound generated aerodynamically: I. General theory*. Proc. Roy. Soc. A, 211:564–587.
- [LIGHTHILL 1954] LIGHTHILL, M. J. (1954). *On sound generated aerodynamically: II. Turbulence as a source of sound*. Proc. Roy. Soc. A, 222(1148):1–32.

- [LILLY 1967] LILLY, D.K. (1967). *The Representation of Small-Scale Turbulence in Numerical Simulation Experiments*. Proceedings of the IBM Scientific Computing Symposium on Environmental Sciences, 320:195–210.
- [LILLY 1992] LILLY, D.K. (1992). *A Proposed Modification of The Germano Subgrid-Scale Closure Model*. Phys. Fluids A, 4:633–635.
- [MOIN und KIM 1982] MOIN, P. und J. KIM (1982). *Numerical Investigation of Turbulent Channel Flows*. J. Fluid Mech., 118:341–377.
- [MOIN et al. 2008] MOIN, P., D. YOU und F. HAM (2008). *Large Eddy Simulation Analysis of Turbulent Combustion in a gas Turbine Engine Combustor*. In: *Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements 7*. Limassol, Zypern.
- [MÜHLBAUER et al. 2009] MÜHLBAUER, B., R. EWERT, O. KORNOW, J. BOYDE, B. NOLL, J. W. DELFS und M. AIGNER (2009). *Evaluation of the RPM-CN approach for broadband combustion noise prediction*. In: *47th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*. AIAA-2009-3285.
- [OLBRICHT 2009] OLBRICHT, C. (2009). *Numerische Berechnung technischer Verbrennungssysteme*. Dissertation, TU Darmstadt.
- [OLBRICHT et al. 2008] OLBRICHT, C., F. HAHN, C. KLEWER und J. JANICKA (2008). *Large Eddy Simulation of a Bluff-Body Stabilized H_2/CH_4 Flame*. In: *19th International Symposium on Transport Phenomena*, Reykjavik, Island.
- [OLBRICHT et al. 2007] OLBRICHT, C., F. HAHN, A. SADIKI und J. JANICKA (2007). *Analysis of Subgrid-Scale Mixing Using a Hybrid LES-Monte-Carlo PDF Method*. Int. J. Heat and Fluid Flow, 28:1215–1226.
- [PETERS 1986] PETERS, N. (1986). *Laminar Flamelet Concepts in Turbulent Combustion*. Proc. Combust. Inst., 21:1231–1250.
- [PHILLIPS 1960] PHILLIPS, O.M. (1960). *On the Generation of Sound by Supersonic Turbulent Shear Layers*. J. Fluid Mech., 9:1–28.
- [PIERCE und MOIN 2004] PIERCE, C. und P. MOIN (2004). *Progress Variable Approach for Large-Eddy Simulation of Non-premixed Turbulent Combustion*. J. Fluid Mech., 504:73–97.
- [PIOMELLI et al. 1993] PIOMELLI, U., W. CABOT, P. MOIN und S. LEE (1993). *Subgrid-Scale Backscatter in Turbulent and Transitional Flows*. Phys. Fluids A, 3:1766–1771.
- [PISCOYA et al. 2004] PISCOYA, R., M. OCHMANN, H. BRICK und P. KÖLTZSCH (2004). *Modelling of the Combustion Noise by Means of the Equivalent Source Method (ESM)*. In: *Proc. Joint Congress CFA/DAGA '04*. Straßburg, Frankreich.
- [PITSCH 2002] PITSCH, H. (2002). *Improved Pollutant Predictions in Large-Eddy Simulations of Turbulent Non-premixed Combustion by Considering Scalar Dissipation Rate Fluctuations*. Proc. Combust. Inst., 29:1971–1978.
- [PITSCH und IHME 2005] PITSCH, H. und M. IHME (2005). *An Unsteady/Flamelet Progress Variable Method for LES of Nonpremixed Turbulent Combustion*. In: *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. Reno, NV, USA.
- [PITSCH und STEINER 2000] PITSCH, H. und H. STEINER (2000). *Large-eddy simulation of a turbulent piloted methane/air diffusion flame (Sandia flame D)*. Phys. Fluids, 12(10):2541–2554.
- [POINSOT und VEYNANTE 2001] POINSOT, T. und D. VEYNANTE (2001). *Theoretical and Numerical Combustion*. R.T. Edwards, Flouertown, USA.
- [POINSOT und VEYNANTE 2005] POINSOT, T. und D. VEYNANTE (2005). *Theoretical and Numerical Combustion*. R.T. Edwards, Flouertown, USA, 2 Aufl.
- [POPE 1985] POPE, S.B. (1985). *PDF Methods for Turbulent Reactive Flows*. Prog. Energy Combust. Sci., 11:119–192.

- [POPE 2000] POPE, S.B. (2000). *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- [RAI und MOIN 1991] RAI, M. und P. MOIN (1991). *Direct Simulations of Turbulent Flow Using Finite Difference Schemes*. J. Comput. Physics, 96:15–53.
- [RAMAN und PITSCH 2005] RAMAN, V. und H. PITSCH (2005). *Large Eddy Simulation of a Bluff-Body Stabilized Non-premixed Flame Using a Recursive Filter-Refinement Procedure*. Combust. Flame, 142:329–347.
- [RAYLEIGH 1878] RAYLEIGH, J. W. S. (1878). *The Explanation of Certain Acoustical Phenomena*. Nature, 18:319–321.
- [RENFRO et al. 2000a] RENFRO, M. W., W. A. GUTTENFELDER, G. B. KING und N. M. LAURENDEAU (2000a). *Scalar Time-Series Measurements in Turbulent $CH_4/H_2/N_2$ Nonpremixed Flames: OH*. Combust. Flame, 123(3):389–401.
- [RENFRO et al. 2000b] RENFRO, M. W., G. B. KING und N. M. LAURENDEAU (2000b). *Scalar Time-Series Measurements in Turbulent $CH_4/H_2/N_2$ Nonpremixed Flames: CH*. Combust. Flame, 122(1–2):139–150.
- [RICHTER et al. 1987] RICHTER, K., K. FRIEDRICH und L. SCHMITT (1987). *Large Eddy Simulation of Turbulent Wall Boundary Layers With Pressure Gradient*. In: *Turb. Shear Flow Phenomena 6*.
- [SAIKI und BIRINGEN 1996] SAIKI, E. und S. BIRINGEN (1996). *Numerical Simulation of a Cylinder in Uniform Flow: Application of a Virtual Boundary*. J. Comput. Physics, 123(2):450–465.
- [SCHÄFER 2006] SCHÄFER, M. (2006). *Computational Engineering*. Springer Verlag.
- [SCHMITT 1982] SCHMITT, L. (1982). *Numerische Simulation Turbulenter Grenzschichten (Large Eddy Simulation) Teil 1*. In: *Bericht 82/2 Lehrstuhl für Strömungsmechanik*, TU München.
- [SCHNEIDER et al. 2003] SCHNEIDER, C., A. DREIZLER, J. JANICKA und E. P. HASSEL (2003). *Flow field measurements of stable and locally extinguishing hydrocarbon-fuelled jet flames*. Combust. Flame, 135(1-2):185–190.
- [SCHUMANN und SWEET 1976] SCHUMANN, U. und R. SWEET (1976). *A Direct Method for the Solution of Poisson's Equation with Neumann Boundary Conditions on a Staggered Grid of Arbitrary Size*. J. Comput. Physics, 20:171–182.
- [SEISER et al. 2000] SEISER, H., H. PITSCH, K. SESHADRI, W. PITZ und H. CURRAN (2000). *Extinction and Autoignition of n-Heptane in Counterflow Configuration*. Proc. Combust. Inst., 28:2029–2037.
- [SHEPARD 1968] SHEPARD, D. (1968). *A two-dimensional interpolation function for irregularly-spaced data*. In: *Proceedings of the 23rd ACM national conference*. 517–524.
- [SHIH et al. 1996] SHIH, W., J. LEE und D. SANTAVICCA (1996). *Stability and Emissions Characteristics of A Lean Premixed Gas Turbine Combustor*. Proc. Combust. Inst., 26:2271–2278.
- [SHREENIVASAN 2009] SHREENIVASAN, O.J. (2009). *Onset of Acoustic Instability by Vortex Shedding in a Non-premixed Dump Combustor*. Dissertation, Indian Institute of Technology Madras.
- [SINGH et al. 2003] SINGH, K. K., S. H. FRANKEL und J. P. GORE (2003). *Effects of Combustion on the Sound Pressure Generated by Circular Jet Flows*. AIAA Journal, 41(2):319–321.
- [SINGH et al. 2004] SINGH, K. K., S. H. FRANKEL und J. P. GORE (2004). *Study of Spectral Noise Emissions from Standard Turbulent Nonpremixed Flames*. AIAA Journal, 42(5):931–936.
- [SMAGORINSKY 1963] SMAGORINSKY, J. (1963). *General circulation experiments with the primitive equations I. The basic experiment*. Monthly Weather Rev., 91:99–164.
- [SMITH et al. 1999] SMITH, G.P.S., D. GOLDEN, M. FRENKLACH, N. MORIARTY, B. EITENEER, M. GOLDENBERG, C. BOWMAN, R. HANSON, S. SONG, C. GARDINER, V. LISSIANSKI und Z. QIN (1999). *GRI-Mech 3.0* http://www.me.berkeley.edu/gri_mech/.
- [SPURK 1996] SPURK, J.H. (1996). *Strömungslehre*. Springer Verlag.

- [STONE 1969] STONE, H.L. (1969). *Iterative Solutions of Implicit Approximations of Multidimensional Partial Differential Equations*. SIAM J. Numer. Anal., 5:530–538.
- [STRAHLE 1971] STRAHLE, W. C. (1971). *On combustion generated noise*. J. Fluid Mech., 49(2):399–414.
- [TAM 1995] TAM, C. K. W. (1995). *Computational Aeroacoustics: Issues and Methods*. AIAA Journal, 33(10):1788–1796.
- [TAM 1998] TAM, C. K. W. (1998). *Jet Noise: Since 1952*. Theoret. Comput. Fluid Dynamics, 10:393–405.
- [TAM und WEBB 1992] TAM, C. K. W. und J. C. WEBB (1992). *Dispersion-Relation-Preserving Finite Difference Schemes for Computational Acoustics*. J. Comput. Physics, 107:262–281.
- [TAM und DONG 1994] TAM, C.K.W. und Z. DONG (1994). *Wall Boundary Conditions for High-Order Finite-Difference Schemes in Computational Aeroacoustics*. Theor. Comp. Fluid Dynamics, 6:303–322.
- [TRUFFAUT et al. 1998] TRUFFAUT, J.-M., G. SEARBY und L. BOYER (1998). *Sound emission by non-isomolar combustion at low Mach numbers*. Combust. Theory Modelling, 2:423–428.
- [VAN LEER 1974] VAN LEER, B. (1974). *Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme II. Monotonicity and Conservation Combined in a Second Order Scheme*. J. Comput. Physics, 14:361–370.
- [VAN OIJEN 2002] VAN OIJEN, J. (2002). *Flamelet Generated Manifolds: Development and application to premixed laminar flames*. Dissertation, TU Eindhoven.
- [VAN OIJEN und DE GOEY 2000] VAN OIJEN, J. und L. DE GOEY (2000). *Modeling of Premixed Laminar Flames Using Flamelet Generated Manifolds*. Combust. Sci. Tech., 161:113–137.
- [WARNATZ et al. 2001] WARNATZ, J., U. MAAS und R. DIBBLE (2001). *Verbrennung*. Springer Verlag.
- [WELCH 1967] WELCH, P.D. (1967). *The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra: A Method Based on Time Averaging Over Short, Modified Periodograms*. IEEE Transactions on Audio Electroacoustics, AU-15:70–73.
- [WILIAMS 1975] WILIAMS, F.A. (1975). *Recent Advances in Theroretical Descriptions of Turbulent Diffusion Flames*. In: *Turbulent Mixing in Nonreactive and Reactive Flows*. Plenum Press, New York.
- [WILLIAMS 1964] WILLIAMS, F.A. (1964). *Combustion Theory. The Fundamental Theory of Chemically Reacting Flow Systems*. Addison-Wesley.
- [WILLIAMSON 1980] WILLIAMSON, J. (1980). *Low Storage Runge Kutta Schemes*. J. Comput. Physics, 35:48–56.
- [ZHOU et al. 1995] ZHOU, G., L. DAVIDSON und E. OLSSON (1995). *Transsonic Inviscid/Turbulent Airfoil Simulations Using a Pressure Based Method with Higher Order Schemes*. Lecture Notes in Physics, 453:372–377.

Lebenslauf

Name	Christian Klewer	
Geburtsdatum	06. Februar 1980	
Geburtsort	Lich	
Schulbildung	09/1996 – 06/1999	Goetheschule Wetzlar Allgemeine Hochschulreife
Zivildienst	10/1999 – 10/2000	Deutsches Rotes Kreuz Wetzlar
Studium	10/2000 – 03/2006 03/2006	Technische Universität Darmstadt Fachrichtung: Allgemeiner Maschinenbau Vertiefungen: Energietechnik, Thermodynamik, Strömungen, Verbrennung, Numerische Simulation Abschluss zum Dipl.-Ing.
Wissenschaftlicher Mitarbeiter	seit 04/2006	Technische Universität Darmstadt Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Energie- und Kraftwerkstechnik (EKT)